

ESCUELA: E:P:E:T N°1 ROGELIO BOERO.

DOCENTES: Caroprese Laura, Femenia Adriana, Molina Adriana, Rodriguez Miguel, Dávila Zulay, Agüero Ivana

AÑO : 4to Año, todas las divisiones

TURNO: mañana, tarde y noche

ÁREA CURRICULAR: Matemática.

TITULO DE LA PROPUESTA: La Potenciación y sus propiedades, Exponente racional-radificación y sus propiedades – Polinomio: operaciones.

Biografía: Matemática 4. Editorial Mandioca.

Estimados alumnos: La presente guía de ejercitación de las propiedades de la potenciación y exponentes racional, que deberán realizar, está basado en un marco teórico que deben leer y ejercitar para luego realizar los ejercicios planteados. Para ello tendrá dos semanas, al cumplir este tiempo deberán presentar los ejercicios resueltos por escrito para su evaluación.

Potenciación

La potenciación es una operación matemática entre dos términos denominados: base y exponente. Se escribe y se lee normalmente como: **a** elevado a la **n**. Hay algunos números exponentes especiales como el 2, que se lee al cuadrado o el 3, que se lee al cubo. Se debe tener en cuenta que en el caso de la potenciación, la base y el exponente pueden pertenecer a conjuntos diferentes.

Se llama potencia a una expresión de la forma **aⁿ**, donde **a** es la base y **n** es el exponente. Su definición varía según el conjunto numérico al que pertenezca el exponente.

Exponente entero

Cuando el exponente es un número natural **n**, este indica las veces que aparece **a** multiplicando por sí mismo, siendo **a** un número cualquiera:

$$\begin{aligned}a^1 &= a \\a^2 &= a \times a \\a^n &= a \times \dots \times a, (n \text{ veces } a)\end{aligned}$$

Esta definición puede aplicarse, tanto a números reales o complejos, así como a otras estructuras algebraicas más abstractas, que pueden ser, por ejemplo, matriz cuadrada o matrices cuadradas.

Multiplicación de potencias de igual base, se conserva la base y se suman los exponentes, es decir:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Ejemplo: $5^2 \cdot 5^4 = 5^{2+4} = 5^8$

Potencia de una potencia, La potencia de una potencia de base **a** es igual a la potencia de base **a** y cuyo exponente es el producto de ambos exponentes (la misma base y se multiplican los exponentes), es decir:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Potencia de un producto, es igual al producto de cada uno de los factores elevado al mismo exponente, es decir:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Si la base **a** tiene inverso aditivo, indicado mediante signo negativo **-a**, entonces se tiene la regla:

$$(-a)^n = a^n \text{ si } n \text{ es par.}$$

$$(-a)^n = -(a^n) \text{ si } n \text{ es impar.}$$

Si la base **a** tiene inverso multiplicativo **c**, es decir $c \cdot a = 1$ o que $c = 1/a$, entonces este se denota por a^{-1} y el exponente se puede ampliar a todos los números enteros:

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

División de potencia de igual base, el cociente de dos potencias con la misma base es igual a una potencia de dicha base con un exponente igual a la diferencia del exponente del dividendo menos el del divisor, es decir:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Ejemplo: $\frac{9^6}{9^2} = 9^{6-2} = 9^4$

Potencia de exponente 0.

Un número distinto de 0 elevado al exponente 0 da como resultado la unidad (1), puesto que:

$$1 = \frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0$$

El caso particular de 0^0 no está definido y es conocido como una indeterminación.

Potencia de un cociente, La potencia de un cociente es igual al cociente de cada uno de los números elevado al mismo exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Exponente racional.

La potenciación con exponente racional viene de la necesidad de resolver una ecuación del tipo $x^n = a$, de manera que: $x = \sqrt[n]{a}$, pero se ha de garantizar que dicha x sea un número real y esto sólo se puede garantizar para todo n si la base a es un número real positivo, por lo que existe un teorema que dice:

Dado un número real positivo a , este tiene una única raíz n -ésima positiva.

Para notar la raíz se define el uso de fracciones en el exponente:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

Observación:

$$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a^{\frac{1}{n} \cdot n} = a^1 = a.$$

En general para las fracciones se define que

$$\begin{aligned} a^{\frac{n}{m}} &= \sqrt[m]{a^n} \\ a^{-\frac{n}{m}} &= \frac{1}{a^{\frac{n}{m}}} \end{aligned}$$

Resultados de potenciación

Propiedades que no cumple la potenciación

No es distributiva con respecto a la adición y sustracción, es decir, no se puede distribuir cuando dentro del paréntesis es suma o resta:

$$\begin{aligned} (a + b)^m &\neq a^m + b^m \\ (a - b)^m &\neq a^m - b^m \end{aligned}$$

No cumple la propiedad conmutativa:

$$a^b \neq b^a$$

Tampoco cumple la propiedad asociativa:

$$a^{b^c} = a^{(b^c)} \neq (a^b)^c = a^{(b \cdot c)} = a^{bc}$$

Ejercicios de Raíces.

1) Resolver aplicando la Propiedad Distributiva cuando sea posible.

a) $\sqrt{\frac{1}{36} \cdot \frac{100}{25}} =$

b) $\sqrt{\frac{25}{4} \cdot \frac{1}{16}} =$

c) $\sqrt{1 - \frac{24}{25}} =$

d) $\sqrt[3]{-25 - 2} =$

2) Resolver aplicando la Propiedad Asociativa cuando sea posible.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} =$

b) $\sqrt[3]{\frac{1}{2}} : \sqrt[3]{4} =$

c) $\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} =$

d) $\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{4}{9}} =$

3) Resolver aplicando Propiedad de la Radicación

a) $\sqrt{-\frac{16}{25} + 1} =$

b) $\sqrt{\frac{9}{4} \cdot \frac{16}{25}} =$

c) $\sqrt{\frac{1}{18}} : \sqrt{\frac{1}{2}} =$

d) $\sqrt[3]{\frac{27}{8}} + \sqrt[3]{\frac{125}{64}} =$

Ejercicios de Potencias.

1 ¿Cuál es el área de un cuadrado cuyo lado mide 4 cm? Expresa el resultado en forma de potencia.

2- Calcula el valor de las siguientes potencias de productos:

a) $(5 \cdot 3)^2 =$

b) $(-1 \cdot 3)^3 =$

c) $(-2 \cdot 5)^4 =$

d) $[(-2) \cdot (-3)]^2 =$

3- Calcula los siguientes productos. Expresa el resultado en forma de potencia:

a) $3^5 \cdot 3^2 =$

b) $(-7)^5 \cdot (-7)^6 =$

c) $2^4 \cdot 2^3 \cdot 2 =$

d) $x^4 \cdot x^{10} =$

Ejercicios de Polinomios.

1- Calcular:

- $5x \cdot (-4x^2) =$
- $x \cdot (-2x) =$
- $-2a \cdot 5a =$

2- Calcule los productos

- $(x^2 - 2x + 5) \cdot (-2x) =$
- $(3x^3 - x - 2) \cdot (4x^2) =$
- $(2x^2 + 4x + 16) \cdot (3x - 4) =$
- $(x^3 + 2x - 1) \cdot (3x^2 + 4x) =$
- $(x + 5) \cdot (x + 2) =$
- $(a^3 - a^2 + a - 1) \cdot (a + 1) =$

3- Dados los siguientes polinomios:

$$P(x) = 2x^2 - 3 \quad Q(x) = 5x + 1 \quad R(x) = -6x^3 + 2x^2 + 7$$

Hallar:

- $P(x) \cdot Q(x) - R(x) =$
- $R(x) \cdot [Q(x) + P(x)] =$

DIRECTOR A CARGO DE LA INSTITUCIÓN: Prof. Javier Carmona.