Escuela: C.E.N.S. "Los Tamarindos"

Docente: Emilio Dominguez

Ciclo: 2º año 1ª división

Turno: Noche

Area Curricular: Matemática

Repaso de números complejos

En el sistema de los números reales no hay solución de la ecuación $x^2 = -1$. En esta lección estudiaremos un nuevo sistema numérico, en el cual la ecuación sí tiene solución.

La columna vertebral de este nuevo sistema numerico es el número i, también conocido como **la unidad imaginaria**.

- $i^2 = -1$
- $\sqrt{-1} = i$

Al tomar múltiplos de esta unidad imaginaria podemos crear un infinidad de nuevos números, como $3i$, $i\sqrt{5}$ y $-12i$. Estos son ejemplos de **números imaginarios**.

Sin embargo, podemos ir más lejos y sumar números reales con números imaginarios; por ejemplo $2 + 7i$ y $3 - \sqrt{2}i$. Estas combinaciones se llaman **números complejos**.

Definir números complejos

Un **número complejo** es cualquier número que puede escribirse como $a + bi$, donde i es la unidad imaginaria y a y b son números reales.

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{Parte} \\ \text{real}}}{a} \quad + \quad \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Parte} \\ \text{imaginaria}}}{bi}$$

a se llama **la parte** real del número, y b se llama **la parte** imaginaria del número.

La siguiente tabla ilustra ejemplos de números complejos, identificando sus partes real e imaginaria. Algunas personas identifican más fácilmente estas partes si el número está escrito en forma estándar.

Número complejo	Forma estándar $a+bi$	Descripción de las partes
$7i-2$	$-2+7i$	La parte real es -2 y la imaginaria es 7.
$4-3i$	$4+(-3)i$	La parte real es 4 y la imaginaria es -3
$9i$	$0+9i$	La parte real es 0 y la imaginaria es 9
-2	$-2+0i$	La parte real es -2 y la imaginaria es 0

Comprueba tu comprensión

PROBLEMA 1

¿Cuál es la parte real de $13.2i+1$**?**

PROBLEMA 2

¿Cuál es la parte imaginaria de $21-14i$**?**

PROBLEMA 3

¿Cuál es la parte real de $17i$**?**

Clasificar números complejos

Ya sabemos qué es un número real y acabamos de definir qué es un número complejo. Ahora regresemos para dar una definición adecuada de un número imaginario.

Un número imaginario es un número complejo $a+bi$ *en el que* $a=0$.

Similarmente, podemos decir que *un número real es un número complejo* $a+bi$ *en el que* $b=0$.

A partir de la primera definición, podemos concluir que cualquier número imaginario es también un número complejo. De la segunda definición podemos concluir que cualquier número real es también un número complejo.

Además, puede haber números complejos que no son reales ni imaginarios, como $4+2i$.

Números complejos

$4+2i \qquad -3-\sqrt{5}i$

Números reales

$\sqrt{5} \quad -12.2 \quad 3$

Números imaginarios

$\sqrt{5}i \quad -12.2i \quad 3i$

Pregunta para reflexionar

El siguiente enunciado es ¿verdadero o falso?

Cualquier número complejo es real, o bien imaginario.

Escoge 1 respuesta:

- Verdadero
- Falso

Ejemplos

En la siguiente tabla se han clasificado varios números como reales, imaginarios puros, y/o como complejos.

	Real $(b = 0)$	Imaginario $(a = 0)$	Complejo $(a + bi)$
$7 + 8i$ $(7 + 8i)$			X
$\sqrt{3}$ $(\sqrt{3} + 0i)$	X		X
1 $(1 + 0i)$	X		X
$-1.3i$ $(0 + (-1.3)i)$		X	X
$100i$ $(0 + 100i)$		X	X

Observa que en la tabla todos los números se indican ¡como números complejos! ¡Esto es verdadero en general!

PROBLEMA 4 **¿Qué tipo de número es $-2 + 3i$?**

- ◯ Real ◯ Imaginario ◯ Complejo

PROBLEMA 5 **¿Qué tipo de número es 10.2?**

- ◯ Real ◯ Imaginario ◯ Complejo

PROBLEMA 6

¿Qué tipo de número es $-17i$?

- ◯ Real ◯ Imaginario ◯ Complejo

operaciones con números complejos

Suma
$(a_1 + b_1 i) + (a_2 + b_2 i) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$
Resta
$(a_1 + b_1 i) - (a_2 + b_2 i) = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$

Conjunto de práctica 1: sumar y restar números complejos

Ejemplo 1: suma de números complejos

Al sumar números complejos, simplemente sumamos las partes reales y sumamos las partes imaginarias. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} &(3 + 4i) + (6 - 10i) \\ =\ &(3 + 6) + (4 - 10)i \\ =\ &9 - 6i \end{aligned}$$

Ejemplo 2: resta de números complejos

Al restar números complejos, simplemente restamos las partes reales y restamos las partes imaginarias. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} &(3 + 4i) - (6 - 10i) \\ =\ &(3 - 6) + (4 - (-10))i \\ =\ &-3 + 14i \end{aligned}$$

Expresa tu respuesta en la forma $(a + bi)$.

PROBLEMA 1.1

$(7 - 10i) - (3 + 30i) =$ ☐

PROBLEMA 1.2

$(21 + 2i) + (13 + 8i) =$ ☐

PROBLEMA 1.3

$(-3 + 71i) + (9) =$ ☐

PROBLEMA 1.4

$(-14 + 3i) - (14i) =$ ☐