

Escuela Técnica Obrero Argentino (Guía N°5)

Docentes:

Correa Claudia Noelia

Rolando Rodríguez

SEXTO AÑO

1° Y 2° División

Ciclo: Orientado

TURNO: MAÑANA Y TARDE

ÁREA CURRICULAR: MATEMÁTICA

EDUCACION SECUNDARIA TÉCNICA Y FORMACIÓN

PROFESIONAL

TÍTULO: Continuidad

CONTENIDO SELECCIONADO: Unidad N°1: Función continua y discontinua.
Clasificación de discontinuidades: Discontinuidad evitable: redefinición.

Forma de trabajo: Toda la guía se resuelve en el cuaderno y se copian los resultados en el Práctico del final y se envía a: 6^{to}-2^{da}: CLAUDIACORREA2439@gmail.com y 6^{to}1^{era}: consultastrabajopracticos@gmail.com

Imagen de un punto por medio de una función

Dada una función $f(x) = 2x^2 + 1$ se quiere hallar la imagen del punto -1 por medio de la función f , procedemos así :

1º) La imagen del punto -1 se nota con: $f(-1)$

2º) Para obtener $f(-1)$ se reemplaza en la fórmula de la función la variable x por el valor -1

$$\text{Esto es: } f(-1) = 2 \cdot (-1)^2 + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$$

Las actividades que se presentan en todo el documento completar con sus resultados al finalizar la guía.

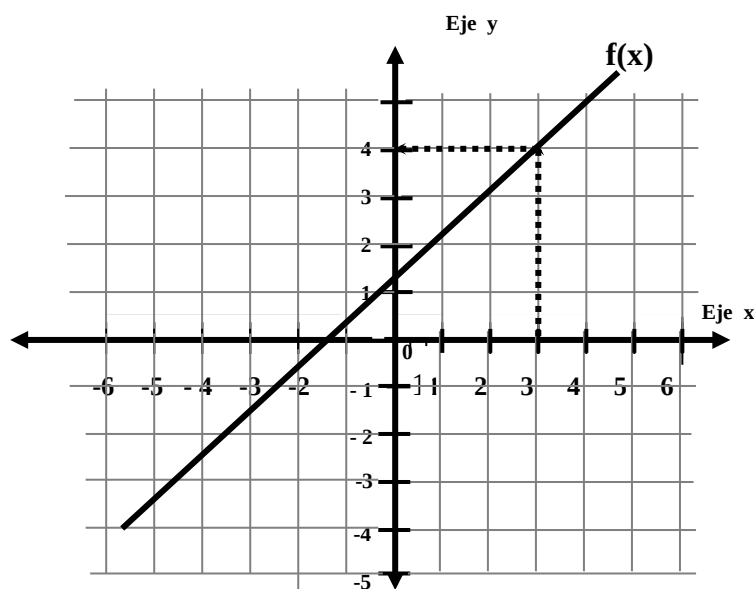
Actividad N°1

a) Determinar : $f(1)$, $f(-3)$, $f(2)$, $f(0)$, $f(1/2)$ siendo $f(x) = x^3 + 1$

b) Determinar : $f(0)$, $f(1)$, $f(3)$, $f(-2)$, $f(1/2)$ siendo $f(x) = 2^x$

c) Determinar : $f(0)$, $f(4)$, $f(9)$, $f(-2)$, $f(1/2)$ siendo $f(x) = x + 1$

Existe otra forma de determinar la imagen de un punto y es por medio de su gráfica, por ejemplo para determinar la imagen del punto 3 de la función $f(x)$ dada por la gráfica:

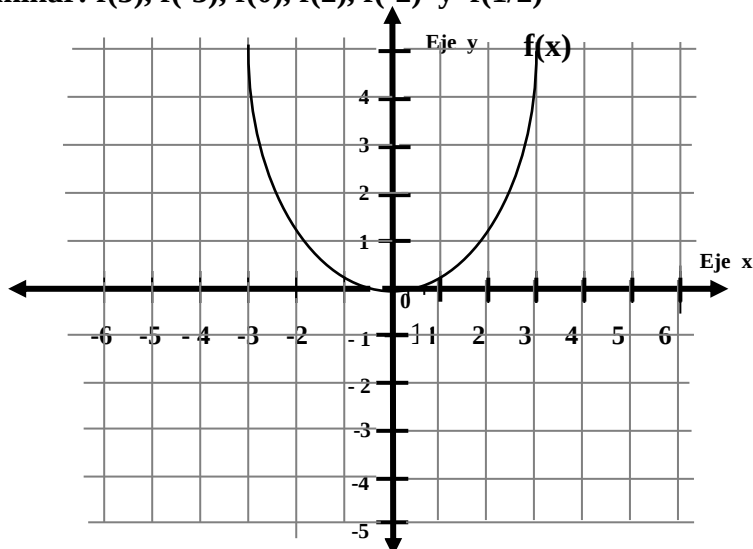


Lo que se hace es observar el valor 3 en el eje de las x ir en **forma vertical** hasta la **función**, cuando **llego** a la función **se proyecta** en **forma horizontal** al eje de las y , en nuestro ejemplo **llego** a 4 en el eje de la y . Por lo tanto la imagen de 3 por medio de la función f es 4 .

$f(3) = 4$

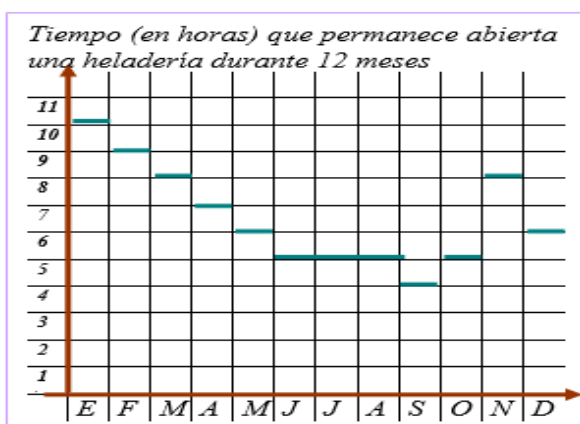
Actividad N°2: Hallar las imágenes de los siguientes puntos según corresponda:

Determinar: $f(3)$, $f(-3)$, $f(0)$, $f(2)$, $f(-2)$ y $f(1/2)$



Continuidad y Discontinuidad

Lee e interpreta las siguientes situaciones



Actividad N°3 A) Indica variables dependientes e independientes en ambas situaciones.

B) ¿Qué diferencias se pueden establecer entre ambas gráficas ?

C) Indica en forma intuitiva que función es continua y cual es discontinua

Observación: La primera gráfica se vá interrumpiendo : El cambio de un horario a otro no pasa por los valores intermedios, para realizar la gráfica hay que ir levantando el lápiz del papel.

En la segunda gráfica el paso de un peso a otro se hace tomando todos los valores intermedios La gráfica se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel.

La 1° gráfica es discontinua, lo cual significa que hay puntos en los que se producen un salto. Estos se denominan puntos de discontinuidad de la función. La 2° es una función continua, ya que toma todos los valores intermedios posibles, no hay saltos.

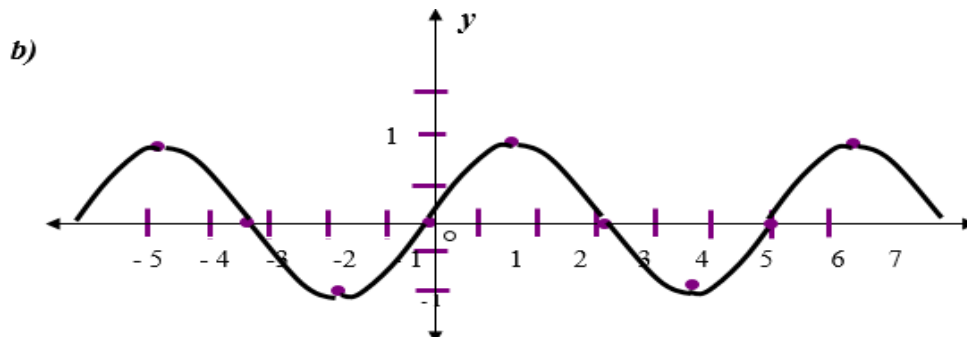
Intuitivamente podemos establecer que cuando la gráfica presenta un corte o salto se denomina función Discontinua, caso contrario es una función continua

Actividad N°4

Indica cuales de las siguientes funciones son continuas y cuales discontinuas

En caso de ser discontinua, indica en que intervalo la función es continua

a) $y = x + 3$



c) Un médico dispone de una hora diaria para consultas. El tiempo que podría dedicar por término medio, a cada enfermo, depende del número de ellos que acudan: 1 enfermo $\longrightarrow$ 60 min; 2 enfermos $\longrightarrow$ 30 min

3 enfermos $\longrightarrow$ 20 min ... Así hasta un máximo de 30 enfermos. Gráfica y determina si la función es continua o discontinua ¿Tiene sentido unir los puntos de la gráfica? ¿Por que?.

Hasta este momento hemos dado una idea de lo que es la continuidad ahora daremos su definición matemática:

Continuidad

Función continua de un punto

En Matemática, siempre se trata de utilizar las palabras con la misma acepción, el mismo significado, que en el lenguaje corriente.

Cuando decimos que un suceso es continuo, queremos decir que no se interrumpe, así también decimos que una función es continua en un punto, cuando la gráfica de esa función no se corta, no se interrumpe, no da un salto en ese punto.

Definición:

Una función es continua en un punto si se cumplen las tres condiciones siguientes:

1- El punto pertenece al dominio de la función, es decir, la función está definida en él.

Es decir: **Existe $f(a)$**

2- Tiene límite finito en ese punto. Es decir: **existe $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$**

3- El valor que determina la función en ese punto, es igual al límite de la función cuando x tiende al punto. Es decir: **$f(a) = L$**

Ejemplo:

Si $f(x) = x^2 - 1$, probemos si es continua en $x_0 = 2$

1) ¿Existe $f(x_0)$? ¿Existe $f(2)$?

$$f(2) = 2^2 - 1 = 3$$

2) ¿Existe límite finito?

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 1 = 3$$

$$\rightarrow x \rightarrow 2 \quad \rightarrow x \rightarrow 2$$

3) ¿ $f(x_0) = L$?

$$f(2) = 3$$

$$3 = 3$$

Por lo tanto f es continua en $x_0 = 2$

Si estas condiciones se verifican para todos los puntos del dominio o todo su dominio, la función es continua.

Son ejemplos de funciones continuas: las funciones polinómicas, seno, coseno, función identidad, función constante.

Discontinuidad

Si no se cumple una de las dos primeras condiciones diremos que la función es discontinua.

Distintos tipos de discontinuidad

1) Discontinuidad evitable

Es el caso en que no existe $f(a)$ pero si tiene $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ (finito)

Ejemplo:

$$\rightarrow x \rightarrow a$$

$$F(x) = \frac{x^2 - 1}{5x - 5} \text{ en } x = 1$$

Analicemos las condiciones

$$1) f(1) = \frac{1^2 - 1}{5 \cdot 1 - 5} = \frac{0}{0} \text{ no existe}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{5x - 5} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1) \cdot (x-1)}{5(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{5} = \frac{2}{5} \text{ Existe y es } 2/5$$

Entonces en estos casos podemos redefinir la función de la siguiente manera:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{5x - 5} & \text{si } x \neq 1 \\ 2/5 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

Actividad N°5 : 1) Determinar si las siguientes funciones son continuas. En caso de no ser continuas redefinir para que si sea continua:

a) $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ es continua en $x=3$

b) $f(x) = \frac{x^4 - x^2}{x - 1}$ es continua en $x=1$

c) $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 1}$ es continua en $x=-1$

Práctico

Completar todas las actividades

Actividad N°1

Corrección

a) $f(1)=$	$f(-3)=$	$f(x)= x^3 + 1$	
b) $f(1)=$	$f(3)=$	$f(x)= 2^x$	
c) $f(-2)=$	$f(9)=$	$f(x)= x+1$	

Actividad N°2 Respecto de la gráfica completar: **Corrección**

b) $f(2)=$	$f(3)=$	
------------	---------	--

Actividad N°3 Responde:

Corrección

A)		
B)		
C)		

Actividad N°4 Responde: ¿Son continuas o discontinua?

Corrección

A)		
B)		
C)		

Actividad N°5 ¿Es continua o (discontinua:

evitable o no ; ¿se puede redefinir?)

Redefinición

Corrección

A)		$F(x)= \{$	
B)		$F(x)= \{$	
C)		$F(x)= \{$	

Director: Jorge Grosso