

## EPET N°3- 4º año – Ciclo Superior

Guía pedagógica N°1 – Nivel secundario

Establecimiento educativo: EPET N°3

Docente responsable: Prof: Celia Arrieta

Curso: 4º, todas las divisiones, Ciclo Superior

Espacio Curricular: Matemática

Turno: Mañana y tarde

Título: **CONJUNTOS NUMÉRICOS**

### Números Naturales (N)

$$\mathbf{N} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, 15, \dots \}$$

1 2 3 4 5 6

### Números Enteros (Z)

-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4

$$\mathbf{Z} = \mathbf{N} \cup \{0\} \cup \text{Negativos}$$

### Números Racionales (Q)

El conjunto de números racionales está formado por todos los números que pueden expresarse como fracción.

$$\text{Ej: } \frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \frac{1}{9}, -4, 7$$

$$0,6 \quad 0,62 \quad 3 \quad -0,2 \quad 2,18 \quad -\frac{8}{2} \quad \frac{2}{3}$$

e.d.p.p. e.d.e

e.d.p.m.

**Observación:** Los números **N**, **Z**, las expresiones decimales exactas y periódicas son números **Q**.

Números Irracionales (**I**)

Son aquellos números que no pueden expresarse como fracción, ya que su expresión decimal tiene infinitas

cifras decimales no periódicas.

Ej: Las raíces de índice par de números **N** que no dan como resultado un número **N**:  
 $\sqrt{2}, \sqrt{39}, \sqrt[4]{60}$

Las raíces de índice impar de números **Z** que no dan como resultado un número **Z**:  
 $\sqrt[3]{18}, \sqrt[5]{-30}, \sqrt[7]{16}$

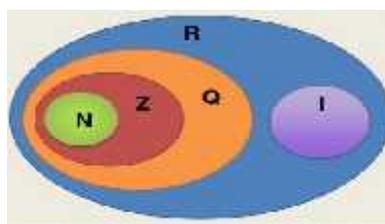
Números especiales como  $\pi = 3,141592654\dots$  (longitud de la circunferencia)

$e = 2,7182818\dots$  (base de los logaritmos naturales)

La unión del conjunto **Q** con el conjunto **I** forman el conjunto de números reales (**R**).

$$R = Q \cup I$$

En el diagrama de Venn



Representación gráfica de los números Reales

El conjunto de números **R** se representa gráficamente sobre una recta que se conoce con el nombre de recta real o recta numérica. A cada número **R** le corresponde un único punto de la recta y cada punto de la recta representa un único número **R**.

1) Marca con una cruz los conjuntos numéricos a los que pertenece cada número y ubícalos en el diagrama, cuando sea posible.

	N	Z	Q	I	R
$\sqrt{5}$					
$-\sqrt[3]{8}$					
0,71					
27					
0					
$\sqrt{-36}$					
$\sqrt[4]{35}$					
$\frac{7}{5}$					

	N	Z	Q	I	R
$\sqrt{11}$					
2,26					
$\sqrt[3]{27}$					
-21					
$\frac{13}{8}$					
$-\frac{18}{3}$					
200					
$\sqrt[5]{1}$					

### Propiedades de la Potenciación en $\mathbf{R}$

Sean  $a$  y  $b$  números Reales ;  $m$  y  $n$  números Naturales

Potencia de exponente cero:  $a^0 = 1$ , con  $a \neq 0$

Potencia de exponente negativo:  $(a)^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$ , con  $a \neq 0$

Producto de potencias de igual base:  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

Cociente de potencias de igual base:  $a^n : a^m = a^{n-m}$

Potencia de otra potencia:  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Distributiva respecto de la multiplicación:  $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

Distributiva respecto a la división:  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Potencia de exponente fraccionario  $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^m}$

### 2) Resuelve aplicando propiedades

a)  $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-4} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^7 =$

g)  $5^9 \cdot \frac{5^2}{5^4} =$

l)  $2^{\frac{3}{5}} =$

b)  $0,8 \cdot (0,8)^2 =$

h)  $(-\frac{1}{4})^1 : (-\frac{1}{4})^1 =$

m)  $6^{\frac{7}{3}} =$

c)  $(\frac{1}{3})^9 : (\frac{1}{3})^7 =$

i)  $(\frac{1}{4})^1 : (\frac{1}{4})^1 =$

n)  $(\frac{5}{9})^{\frac{1}{4}} =$

d)  $0,8 : (0,8)^2 =$

j)  $(-\frac{1}{5})^{-1} \cdot (-\frac{1}{5})^1 =$

ñ)  $(\frac{1}{9})^{\frac{4}{3}} =$

e)  $((-3)^{-1})^3 =$

f)  $((\frac{3}{1})^2)^2 =$

k)  $\frac{2^{-3}}{2^{-3}} =$

o)  $(\frac{1}{7})^{\frac{8}{3}} =$

Propiedades de la Radicación en  $\mathbf{R}$

Sean  $a$  y  $b$  n° Reales

Distributiva respecto de la multiplicación y división

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$$

Raíz de raíz

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

**3) Resuelve aplicando propiedades**

a)  $\sqrt{\frac{9}{4} \cdot \frac{2}{4}} =$

d)  $\sqrt{\frac{1}{8} : \frac{3}{2}} =$

g)  $\sqrt{\sqrt{\frac{8}{1}}} =$

b)  $\sqrt[3]{\frac{2}{8} \cdot \frac{1}{6}} =$

e)  $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{6}}} =$

h)  $\sqrt[5]{(\frac{1}{7})^3} =$

c)  $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{3}} =$

f)  $\sqrt{\frac{2}{2}} : \sqrt{\frac{2}{3}} =$

Radicales

A la expresión  $\sqrt[n]{a}$  se la llama radical, el número  $n$  es el índice de la raíz y al número  $a$  se lo denomina radicando.

Ej:  $\sqrt[3]{10}$ ,  $\sqrt{17}$ ,  $\sqrt[6]{\frac{3}{7}}$

### Radicales Semejantes

Dos o más radicales son semejantes si tienen el mismo índice y el mismo radicando, sin importar el coeficiente que los acompaña.

Ej:  $\sqrt{7}$  y  $\frac{4}{3}\sqrt{7}$ ;  $9\sqrt[3]{5}$  y  $-12\sqrt[3]{5}$

### Extracción de factores de un radical

Para extraer factores de un radical, se factorizan los radicandos y se aplican las propiedades de la potenciación y radicación.

Ej: **a)**  $\sqrt{75} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{3} = 5 \cdot \sqrt{3}$

**b)**  $\sqrt{48} = \sqrt{2^4 \cdot 3} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} = 4 \cdot \sqrt{3}$

**c)**  $\sqrt[3]{56} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 7} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{7} = 2 \cdot \sqrt[3]{7}$

**d)**  $\sqrt[3]{135} =$

**e)**  $\sqrt{150} =$

**f)**  $\sqrt[3]{40} =$

### Suma y Resta de Radicales

Solo es posible sumar o restar radicales, si los términos tienen radicales semejantes

Ej: **a)**  $3\sqrt{7} + 8\sqrt{7} - \sqrt{10} = 10\sqrt{7}$

**b)**  $5\sqrt[3]{2} - 9\sqrt[3]{5} + 7\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{5} = 12\sqrt[3]{2} - 7\sqrt[3]{5}$

Cuando los radicales no son semejantes, realizamos la extracción de factores del radical para obtener radicales semejantes y poder resolver.

**a)**  $5\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{3} = 5\sqrt[3]{3^3 \cdot 3} + \sqrt[3]{3} = 5\sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3} = 5 \cdot 3\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3} = 15\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3} = 16\sqrt[3]{3}$

$$b) 7\sqrt{8} - 6\sqrt{50} = 7\sqrt{2^2 \cdot 2} - 6\sqrt{5^2 \cdot 2} = 7\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} - 6\sqrt{5^2} \cdot \sqrt{2} = 7 \cdot 2\sqrt{2} - 6 \cdot 5\sqrt{2} \\ = 14\sqrt{2} - 30\sqrt{2} = -16\sqrt{2}$$

4) Resuelve las siguientes sumas y restas

a) $\sqrt{18} - \sqrt{8} - 7\sqrt{32} =$	h) $4\sqrt{8} - 5\sqrt{8} + 6\sqrt{8} =$
b) $3\sqrt{6} - \frac{1}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} =$	i) $\frac{5}{2}\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5} + 2\sqrt[3]{40} =$
c) $2\sqrt[3]{135} + \sqrt[3]{5} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{5} =$	j) $\sqrt{5} + \sqrt{180} - \sqrt{80} =$
d) $3\sqrt{98} - 11\sqrt{2} + 2\sqrt{8} =$	k) $\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250} =$
e) $\frac{1}{8}\sqrt[3]{56} - 4\sqrt[3]{7} =$	l) $3\sqrt{28} + 5\sqrt{63} - \sqrt{175} =$
f) $\frac{5}{3}\sqrt[3]{54} - 5\sqrt[3]{16} =$	m) $4\sqrt{32} + 9\sqrt{50} - 4\sqrt{2} =$
g) $5\sqrt{3} + 4\sqrt{48} - 3\sqrt{12} + 4\sqrt{27} =$	n) $5\sqrt{5} - 4\sqrt{45} - \frac{1}{2}\sqrt{20} =$

Multiplicación y División de Radicales con igual índice

Se aplica propiedades de la radicación y también de la potenciación

Ej: a)  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{12 \cdot 6} = \sqrt{72} = \sqrt{3^2 \cdot 2^2 \cdot 2} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 6.$

b)  $6\sqrt[3]{9} \cdot 2\sqrt[3]{6} = 6 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{9 \cdot 6} = 12 \cdot \sqrt[3]{54} = 12 \cdot \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} = 12 \cdot \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{2} = 12 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{2} = 36 \cdot \sqrt[3]{2}$

c)  $3\sqrt[3]{25} \cdot 2\sqrt[3]{35} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{25 \cdot 35} = 6 \cdot \sqrt[3]{5^2 \cdot 5 \cdot 7} = 6 \cdot \sqrt[3]{5^3 \cdot 7} = 6 \cdot \sqrt[3]{5^3} \cdot \sqrt[3]{7} = 6 \cdot 5 \cdot \sqrt[3]{7} = 30 \cdot \sqrt[3]{7}$

d)  $\sqrt[4]{5} : \sqrt[4]{10} = \frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{10}} = \sqrt[4]{\frac{5}{10}} = \sqrt[4]{\frac{1}{2}}$

e)  $\sqrt[3]{48} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{48}{2}} = \sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3}$

5) Resuelve las siguientes operaciones

a) $3\sqrt[3]{15} \cdot 2\sqrt[3]{50} =$	h) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{45} =$
b) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{20} : \sqrt{2} =$	i) $\sqrt[4]{21} \cdot \sqrt[4]{49} \cdot \sqrt[4]{14} =$
c) $\sqrt[4]{32} : \sqrt[4]{3} =$	j) $\sqrt{81} : \sqrt{12} =$
d) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} =$	k) $\sqrt[3]{24}$