

ESCUELA AGROINDUSTRIAL 25 DE MAYO.



Espacio Curricular: Matemática.

Profesor: Riveros Raul.

Mail: pr_riveros@yahoo.com.ar

Curso: 4º año 3ºdiv.

Ciclo: Orientado

Turno: Tarde

Fecha: 12 de Octubre de 2020

Guía. Nº10

Tema: Operaciones con Polinomios.

Objetivo: Resolver productos de polinomios.

Resolver divisiones de polinomios aplicando regla de Ruffini.

Multiplicación de Polinomios.

Multiplicación de un polinomio por un monomio	
Procedimiento	Ejemplo
Para multiplicar un polinomio por un monomio, multiplicamos el monomio por cada uno de los monomios del polinomio: — Escribimos el monomio debajo del polinomio. — Multiplicamos el monomio por cada uno de los monomios del polinomio. El resultado es un polinomio de grado igual a la suma de los grados del polinomio y el monomio.	Multiplica el polinomio $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 3x + 5$ y el monomio $M(x) = 3x^2$. $ \begin{array}{r} 2x^3 - 7x^2 + 3x + 5 \\ \quad \quad \quad 3x^2 \\ \hline 6x^5 - 21x^4 + 9x^3 + 15x^2 \end{array} $ $P(x) \cdot M(x) = 6x^5 - 21x^4 + 9x^3 + 15x^2$
Multiplicación de polinomios	
Procedimiento	Ejemplo
Para multiplicar dos polinomios, multiplicamos el primer polinomio por cada uno de los monomios del segundo y después sumamos los polinomios resultantes: — Escribimos los dos polinomios uno debajo del otro. — Debajo, y en filas diferentes, escribimos los polinomios resultantes de multiplicar el primer polinomio por cada uno de los monomios de que consta el segundo polinomio. — Sumamos los polinomios obtenidos. El resultado es un polinomio de grado igual a la suma de los grados de los polinomios iniciales.	Multiplica los polinomios $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 3x + 5$ y $Q(x) = -3x^2 + 6x + 14$. $ \begin{array}{r} 2x^3 - 7x^2 + 3x + 5 \\ -3x^3 \quad \quad \quad + 6x + 14 \\ \hline 28x^3 - 98x^2 + 42x + 70 \\ 12x^4 - 42x^3 + 18x^2 + 30x \\ \hline -6x^6 + 21x^5 - 9x^4 - 15x^3 \\ -6x^6 + 21x^5 + 3x^4 - 29x^3 - 80x^2 + 72x + 70 \\ \hline -6x^6 + 21x^5 + 3x^4 - 29x^3 - 80x^2 + 72x + 70 \end{array} $ $P(x) \cdot Q(x) = -6x^6 + 21x^5 + 3x^4 - 29x^3 - 80x^2 + 72x + 70$

Recordatorio: al multiplicar dos potencias con la misma base, los exponentes se suman. Por ejemplo, $x^3 \cdot x^2 = x^{3+2} = x^5$

Otra forma de resolver el producto de polinomios.

$$(2x + 3) \cdot 4x$$

Aplicamos propiedad distributiva

$$\begin{aligned} & \textcolor{red}{(2x)} + \textcolor{blue}{3} \cdot 4x = \\ & = \textcolor{red}{2x} \cdot 4x + \textcolor{blue}{3} \cdot 4x \end{aligned}$$

Se multiplica cada 4x por cada monomio del polinomio 2x + 4

$$\begin{aligned} & 2x \cdot 4x + 3 \cdot 4x = \\ & = 8x^2 + 3 \cdot 4x \end{aligned}$$

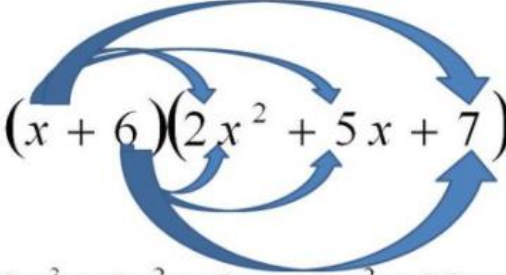
Al multiplicar $2x \cdot 4x$, se multiplican los coeficientes $2 \cdot 4 = 8$ y la parte literal $x \cdot x = x^2$.

$$\begin{aligned} & 8x^2 + 3 \cdot 4x = \\ & = 8x^2 + 12x \end{aligned}$$

Por tanto, el producto calculado es

$$(2x + 3) \cdot 4x = 8x^2 + 12x$$

Otro ejemplo


$$\begin{aligned} & (x + 6)(2x^2 + 5x + 7) \\ & 2x^3 + 5x^2 + 7x + 12x^2 + 30x + 42 \\ & 2x^3 + 17x^2 + 37x + 42 \end{aligned}$$

Actividades.

1- Dado los siguientes polinomios $P(x) = 3x^4 - 2x^2 + 7x - 9$, $Q(x) = 3x^2$,

$$S(x) = -5x^3 - 4x^2 - 6x - 1 \text{ , } T(x) = -5x$$

Calcula:

a) $P(x) \cdot Q(x) =$

b) $S(x) \cdot T(x) =$

c) $S(x) \cdot Q(x) =$

d) $P(x) \cdot Q(x) \cdot T(x) =$

Debemos recordar:

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$$

$$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$$

2- Dados los polinomios $M(x) = 3x^3 - 4x + 1$, $R(x) = -2x^2 + 7x - 6$,

$$S(x) = 4x - 3 \text{ , } T(x) = -6x^5 - 7x^4 + 9x^3 - 7 \text{ , } K(x) = 2x^2 + 3x$$

Calcula:

a) $M(x) \cdot S(x) =$

c) $R(x) \cdot K(x) =$

b) $T(x) \cdot M(x) \cdot K(x) =$

d) $[S(x)]^2 =$

3- Teniendo en cuenta los polinomios del ejercicio anterior resuelve.

a) $[T(x) + M(x)] \cdot S(x) =$

b) $[R(x) - K(x)] \cdot S(x) =$

c) $[T(x) + R(x) + M(x)] \cdot K(x)$

División de Polinomios.

Regla de Ruffini

Vamos a estudiar la división de polinomios en caso de que el polinomio divisor sea de la forma $x - a$, en la que a es un número real.

Observa en el ejemplo de la derecha la división del polinomio $P(x) = 6x^3 - 4x^2 + 2$ entre el polinomio $Q(x) = x - 3$.

Este tipo de divisiones puede realizarse de una forma más simple y rápida aplicando la llamada regla de Ruffini.

Veamos cómo se utiliza esta regla para efectuar esta misma división.

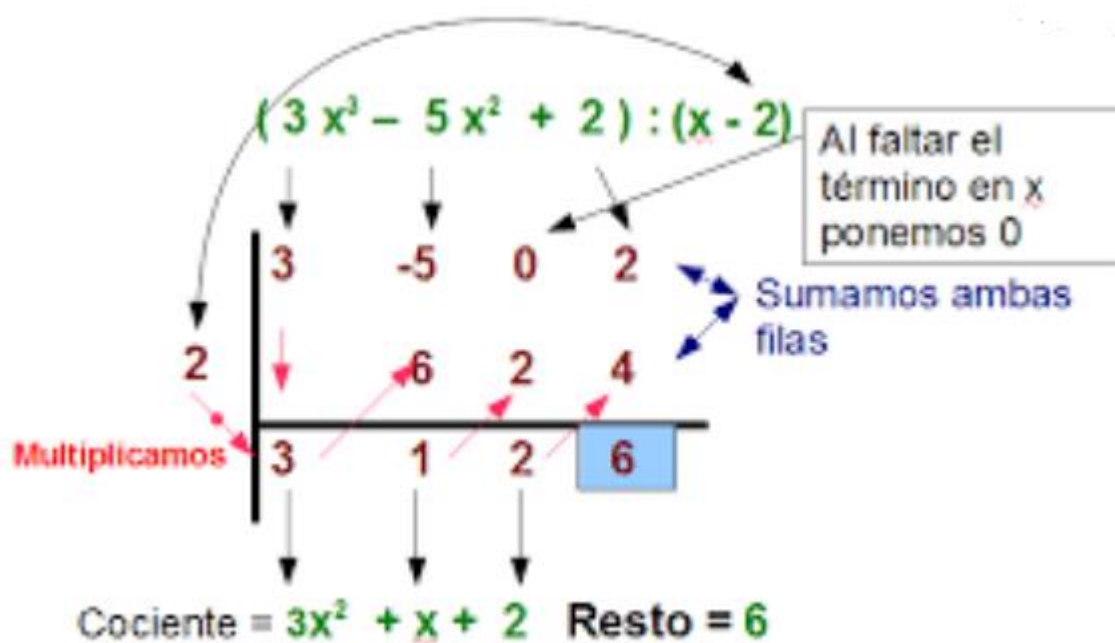
$$\begin{array}{r}
 6x^3 - 4x^2 \quad + 2 \quad | \quad x - 3 \\
 \underline{-6x^3 + 18x^2} \\
 14x^2 \\
 \underline{-14x^2 + 42x} \\
 42x \quad + 2 \\
 \underline{-42x + 126} \\
 128
 \end{array}$$

Procedimiento	Ejemplo
Escribimos los coeficientes de los términos del dividendo uno a continuación del otro. Si el polinomio dividendo es incompleto, ponemos un 0 en el lugar correspondiente a cada término que falte.	Divide $6x^3 - 4x^2 + 2$ entre $x - 3$. 6 -4 0 2
Escribimos el término independiente del divisor cambiado de signo a la izquierda de estos coeficientes.	3 6 -4 0 2
Bajamos el primer coeficiente, 6, que se multiplica por 3 y el resultado, 18, se suma al segundo coeficiente del dividendo.	3 6 -4 0 2 $\begin{array}{c} \text{6} \times 3 = 18 \\ \text{18} \end{array}$
La suma obtenida, 14, se multiplica por 3 y el resultado se suma al tercer coeficiente del dividendo.	3 6 -4 0 2 $\begin{array}{c} \text{6} \times 3 = 18 \\ \text{18} \\ \text{14} \times 3 = 42 \end{array}$
Continuamos este proceso hasta que se acaben los coeficientes de los términos del polinomio dividendo.	3 6 -4 0 2 $\begin{array}{c} \text{6} \times 3 = 18 \\ \text{18} \\ \text{14} \times 3 = 42 \\ \text{42} \times 3 = 126 \end{array}$
El último resultado obtenido, 128, es el resto de la división, los restantes (6, 14, 42) son los coeficientes del polinomio cociente. Tendremos en cuenta que el grado del cociente es inferior en una unidad al grado del dividendo, pues el divisor es de grado 1.	3 6 -4 0 2 $\begin{array}{c} \text{6} \times 3 = 18 \\ \text{18} \\ \text{14} \times 3 = 42 \\ \text{42} \times 3 = 126 \\ \text{126} \end{array}$ $R = 128$ $C(x) = 6x^2 + 14x + 42$

Puedes observar que los rectángulos resaltados en rojo encierran los mismos números en los dos métodos utilizados para efectuar la división, en este caso con un proceso sintético.

23

Otro ejemplo



4- Resuelve los siguientes cocientes aplicando la regla de Ruffini.

- a) $(2x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 5x^2 + 3x + 1) : (x + 2)$
- b) $(-2x^4 + 3x^2 - 5) : (x - 3)$
- c) $(x^5 + 4x^4 - 5x + 1) : (x + 1)$
- d) $(x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 3x - 5) : (x - 5)$
- e) $(3x^5 + 2) : (x - 1)$
- f) $(-3x^4 + 2x^3 - 7x) : (x - 2)$