Fines II

Trayecto Secundario Parcial

Institución: Escuela Tambor de Tacuarí

Docente: Vallejo Darío Emanuel

Área: Matemática

Guía Nº5: Sistema de Ecuaciones Lineales

GOBIERNO DE SAN JUAN | MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Sistema de Ecuaciones.

Como vimos el año pasado una ecuación es aquella que contenía suma de términos con X y términos sin X. Esta X recibía el nombre de INCOGNITA. Y lo que nosotros hacíamos en ese entonces era despejar nuestra incógnita, llevando hacia el otro lado del igual los términos sin X y juntando los términos q tenia X.

Una vez recordado esto.

Un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de ecuaciones (lineales) que tienen más de una incógnita. Las incógnitas aparecen en varias de las ecuaciones, pero no necesariamente en todas. Lo que hacen estas ecuaciones es relacionar las incógnitas entre sí.

Resolver un sistema de ecuaciones consiste en encontrar el valor de cada incógnita para que se cumplan todas las ecuaciones del sistema. Es decir encontrar el valor de X e Y que satisfaga ambos Funciones.

Ejemplo

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

Es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (x e y).

Para este sistema (que es el conjunto de las dos funciones) existe una única solución, es decir, que los valores de x e y son únicos y no se pueden cambiar. Pero no siempre existe solución única, pueden existir infinitas soluciones, o directamente que no tenga solución el sistema. Para nuestro estudio solo tomaremos en consideración aquellas que tiene solución única.

Para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, utilizaremos alguno de los siguientes métodos que describimos a continuación.

Método de sustitución

Consiste en despejar o aislar una de las incógnitas (por ejemplo, x) y sustituir su expresión en la otra ecuación. De este modo, obtendremos una ecuación de primer grado con la otra incógnita, y. Una vez resuelta, calculamos el valor de x sustituyendo el valor de y que ya conocemos.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

De la primera ecuación x + y = 3 despejamos x:

$$X + y = 3$$

$$X = 3 - y$$

Una vez despejada X, agarramos la segunda ecuación (2*x –y=0) y remplazamos el valor de la x obtenida anteriormente, es decir:

Valor de X obtenido anteriormente $X = 3 - y$

Segunda ecuación:

$$2 * X - y = 0$$

Remplazo el valor de X por lo que valía en la primera ecuación:

$$2 * (3 - y) - y = 0$$

Y como hacíamos el año pasado despejamos la y (acordarse de hacer distributiva del 2)

Quedando:

$$(2 * 3) - (2 * y) - y = 0$$

Asumiendo que es lo mismo decir (2*y) que 2y queda:

$$6 - 2y - y = 0$$

Despejando

$$-2y - y = -6$$

$$-3y = -6$$

$$y = \frac{-6}{-3}$$

$$y = +2$$

Ya se obtuvo el valor de Y que satisface ambas ecuaciones pero falta el valor de X. Para ello eligiendo cualquiera de las dos ecuaciones y remplazo Y. Ambas ecuaciones tienen las mismas soluciones y, por tanto, podemos trabajar con una u otra.

Si elijo $2 * X - y = 0$ entonces remplazo el valor de Y obtenido anteriormente, es decir, y=2.

Entonces:

$$2 * X - y = 0$$

Remplazo:

$$2 * X - (+2) = 0$$

Y despejando ahora X obtenemos:

$$2 * X - 2 = 0$$

$$2 * X = 2$$

$$2 * X - y = 0$$

$$X = 1$$

Finalmente se consiguió el valor de X e Y que satisface el sistema de ecuaciones.

X=1 e Y=2

Método de Igualación

Este método es más sencillo que el anterior cuando hay muchos signos menos involucrado. El cual consiste en aislar en ambas ecuaciones la misma incógnita para luego poder igualar las expresiones, obteniendo así una ecuación con una sola incógnita.

Con el mismo ejemplo de arriba

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

Despejando Y de la ecuación 1

$$x + y = 3$$

$$Y = 3 - x$$

A esta Y la voy a llamar → Ya

$$Ya = 3 - x$$

Despejando Y de la segunda ecuación

$$2x - y = 0$$

$$-y = -2x$$

Acordándose que cuando había un menos del lado que estaba la incógnita se pasaba hacia el otro lado quedando:

$$y = \frac{-2x}{-1}$$

$$y = +2x$$

A esta Y la voy a llamar →Yb

$$Yb = +2x$$

Haciendo honor al nombre es hora de igualar las ecuaciones despejada.

Si digo que estamos hablando de la misma y entonces puedo decir que Ya=Yb

$$Ya = Yb$$

Remplazando el valor de Ya y el de Yb

$$Ya = Yb$$

Ya=3 - x

Yb=+2x

$$3 - x = 2x$$

Y ahora lo trato como un simple ejercicio de ecuaciones despejando X

$$-x - 2x = -3$$

$$-3x = -3$$

$$x = \frac{-3}{-3}$$

$$x = +1$$

Como en el método anterior x=1, y ahora faltaría buscar el valor de Y.

Eligiendo Ya o Yb obtendremos el valor de Y.

$$Ya = 3 - x$$

Remplazando el valor de X=1

$$Ya = 3 - 1$$

$$Ya = 2$$

Como se apreció en el método anterior.

Método Grafico

Como es de esperar, el método gráfico consiste en representar las gráficas asociadas a las ecuaciones del sistema para deducir su solución. La solución del sistema es el punto de intersección entre las gráficas. La razón de ello es que las coordenadas de dicho punto cumplen ambas ecuaciones y, por tanto, es la solución del sistema.

Como vamos a trabajar con sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas (x e y), la gráfica de cada ecuación es una recta. Como consecuencia, la intersección de las gráficas es un único punto (a, b) y la solución del sistema es x=a e y=b.

Entonces si graficamos Ya e Yb del ejemplo anterior, en el mismo plano obtendremos el punto solución.

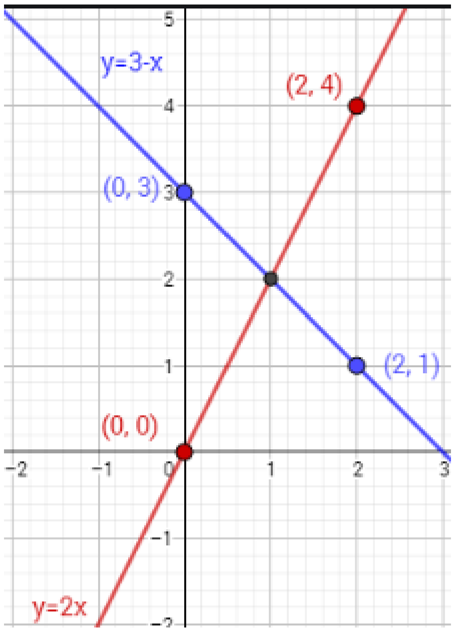

Ilustración 1

.

El punto donde se intersecta ambas recta, es el Punto Solución. El cual es Ps(x,y)= Ps(1,2)

Donde x=1 e y=2.

Actividades

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando cualquier método analítico (sustitución o igualación) y el método grafico mencionado. Cada sistema de ecuación debe ir en planos distintos.

A. $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} -x + y = -1 \\ -2x - y = -7 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2x + 2y = -2 \\ 4x + 2y = -6 \end{cases}$

E. $\begin{cases} 3x + y = -3 \\ 5x - y = -13 \end{cases}$