

Escuela: E.P.E.T.N°7

Docente: D'Angelo Carrizo R. Maximiliano - E-Mail: maxidan2@gmail.com

Cursos: 5° 1era – Ciclo Secundario Técnico - Turno: Tarde

Espacio curricular: Análisis Matemático

Tema: Función Logaritmo.

Contenidos:

- Función Logaritmo. Definición.
- Aplicaciones.

Recursos:

- Guía Pedagógica.
- Calculadora.
- Cuaderno, regla, lápiz.

Función Logaritmo:

Sea “a” un número positivo con $a \neq 1$. Sea x cualquier número real positivo. La función logarítmica con base a, se define por:

$$f(x) = \log_a x \text{ ó } y = \log_a x \rightarrow \text{dónde } y = \log_a x, \text{ sí y solo sí } x = a^y.$$

El dominio de la función logarítmica es el subconjunto de números reales para los cuales la expresión a la cual le hallamos el logaritmo es siempre un número positivo. Esto establece la definición de la función logarítmica que nombramos anteriormente, que indica que la función está definida cuando x es un número real positivo.

Al graficarlas obtenemos curvas crecientes o decrecientes en todo su dominio, que tienen al eje de las ordenadas como asíntota vertical.

Representación gráfica de la función logarítmica:

x	$\log_2 x$
8	3
4	2
2	1
1	0
1/2	-1
1/4	-2
1/8	-3
1/16	-4

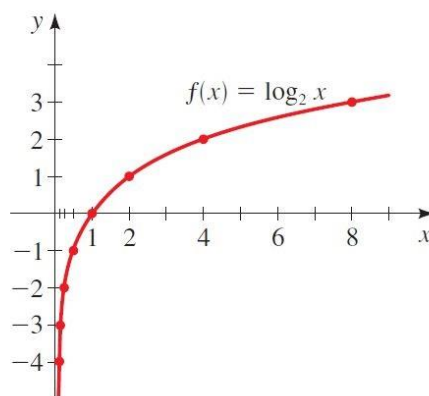


Figura 1

En el grafico podemos ver cómo se comporta la función logarítmica $y = \log_2 x$, donde el eje de las ordenadas es la asíntota de la gráfica.

Ahora observaremos el comportamiento de la gráfica al cambiar la base.

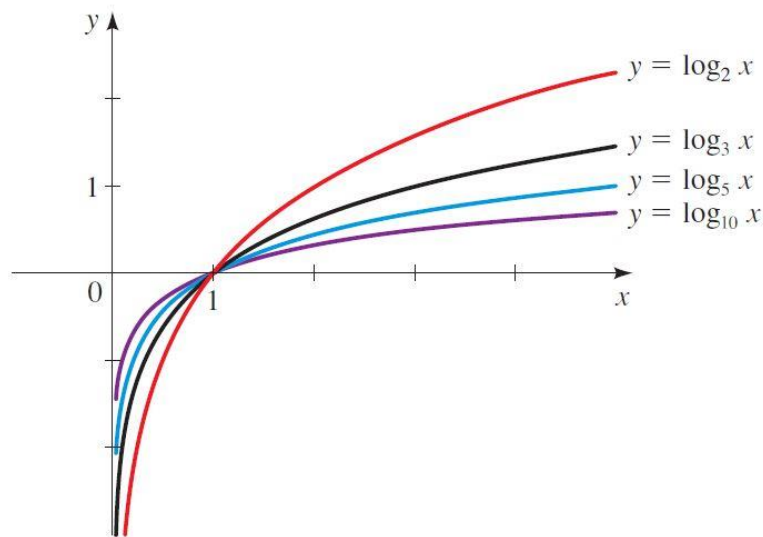


Figura 2

En la figura observamos la familia de funciones logarítmicas con bases 2, 3, 5 y 10.

1. Función Inversa:

La grafica de la función inversa se obtiene reflejándola de la función original respecto de la recta $y = x$. Siendo la función logaritmo la inversa de la función exponencial, su grafica resulta:

- Si $a > 1$

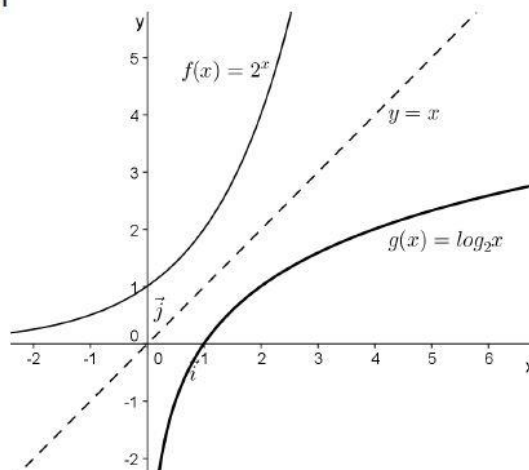


Figura 3

En la imagen observamos como la función $y = 2^x$ es reflejada por la función $y = x$ y obtenemos la función logarítmica $y = \log_a x$, siempre y cuando se cumpla la condición que $a > 1$, o sea la base de la función sea mayor a 1. En este caso, podemos decir que ara

calcular los valores de $y = \log_2 x$, podemos utilizar los valores de $y = 2^x$, como sucede en la Figura 1.

A continuación veremos otro caso.

- Si $0 < a < 1$

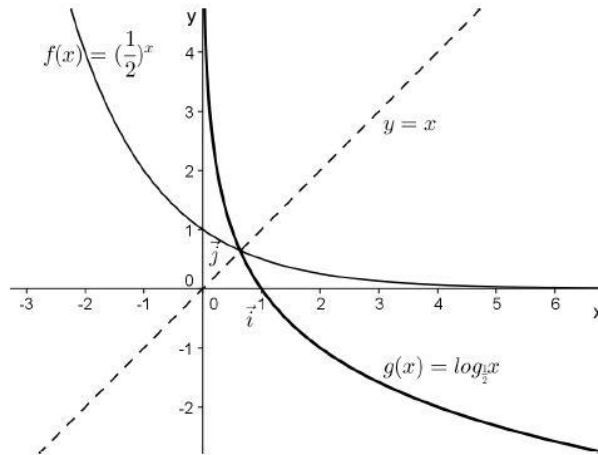


Figura 4

En la figura 4, observamos lo que sucede con las funciones cuando a toma valores menores a 1 y mayores a 0 ($0 < a < 1$)

2. Función Logaritmo Natural o Neperiano:

La función logaritmo natural o neperiano $y = \ln x$ (también denominada $y = \log_e x$) es la función inversa de la función exponencial $y = e^x$.

Podemos ver en la siguiente figura la gráfica de $y = \ln x$ y su inversa reflejada por la asíntota $y=x$.

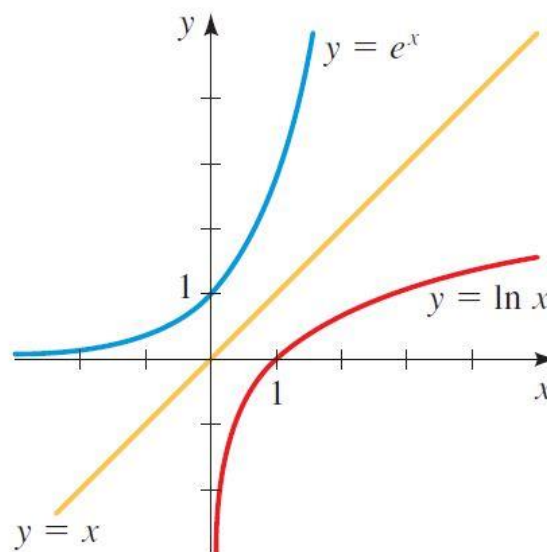


Figura 5

3. Comportamiento de la Función Logarítmica:

A continuación veremos el comportamiento de la función logaritmo en diferentes casos y que sucede con su gráfica.

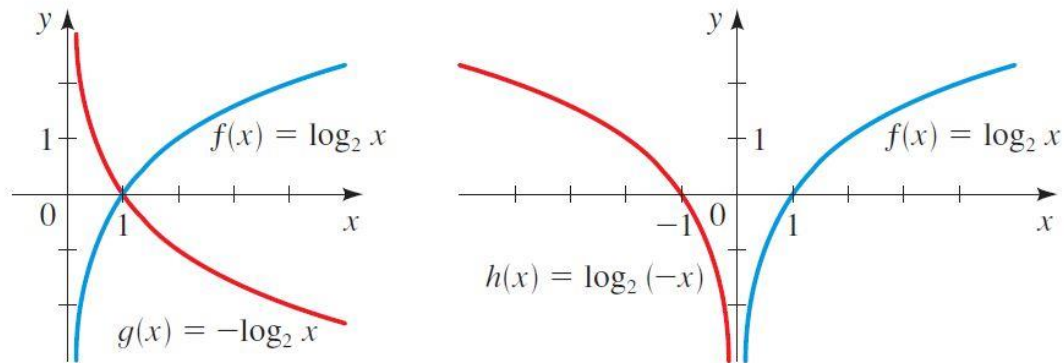


Figura 6 y 7

En la Figura 6 vemos el comportamiento de la función al cambiar el signo del logaritmo, la gráfica se comporta cambiando su pendiente pero reflejándose en el eje x .

En la Figura 7 vemos el comportamiento de la función al cambiar el signo de la variable independiente x , la gráfica se comporta también cambiando su pendiente pero se ve reflejada por medio del eje y .

Ahora observaremos como se realiza el desplazamiento de la función logarítmica.

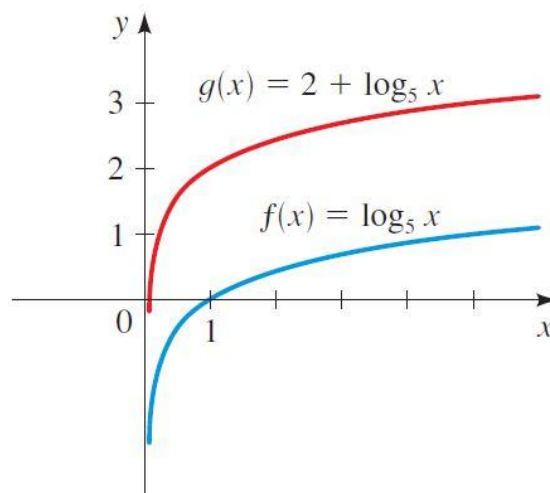


Figura 8

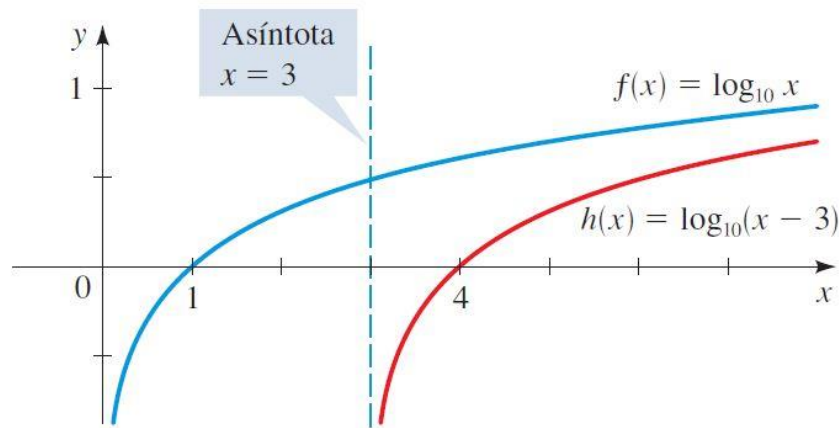


Figura 9

En la Figura 8 y 9 observamos y analizamos las 2 formas de desplazamiento de la función, ya sea desplazándola verticalmente o desplazándola horizontalmente trasladando la asíntota.

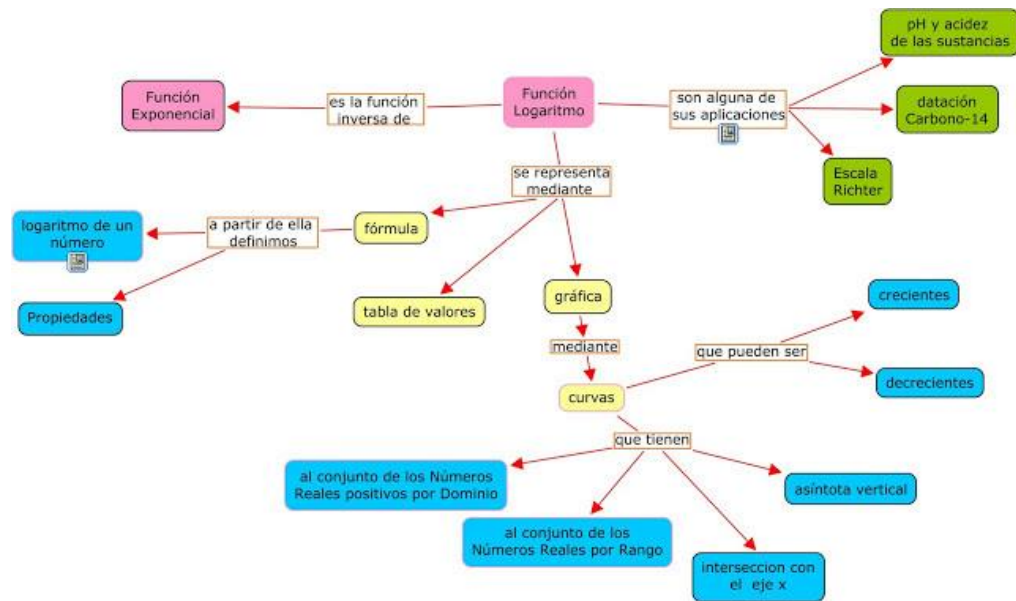
4. Aplicaciones y uso de la función Logarítmica:

Las Funciones Logarítmicas van de la mano con las funciones exponenciales, es por ello que en todas sus aplicaciones en medicina, geología, estadística y en muchas áreas más, los modelos matemáticos usados se basan en estas funciones.

Un ejemplo de uso de los logaritmos es si conocemos la tasa de crecimiento promedio de una población, y queremos saber cuántos años tardaremos en llegar a cierta cantidad de población. Para entender el ejemplo, dada una población (base) y otra cantidad a la que hay que llegar (potencia), cuantas veces hay que aplicar la tasa de crecimiento (exponente) para llegar a la cantidad requerida, como nuestra incógnita es el exponente de la función, utilizamos logaritmo.

Otro beneficio de la función logarítmica es en el campo de la química, ya que nos permite ahorrarnos el engorro de usar comas en números pequeños y a la vez nos podemos evitar poner numerosos ceros en los números grandes. Una aplicación muy conocida en química es el logaritmo del pH, que se utiliza para calcular el nivel de acidez de determinados productos, $\text{pH} = -\log [\text{aH}_3\text{O}^+]$ y por medio del gráfico de la función observamos su comportamiento.

Ayuda para resolver Logaritmos:



• **Ejercitación:**

- Realice la tabla de valores, calcule su inversa y grafique.
 - $f(x) = \log_3 x$
 - $f(x) = \log_{1/3} x$
- Realice la tabla de valores y grafique el siguiente par de funciones en un mismo eje cada par.
 - $f(x) = \log_3 x + 2$; $f(x) = \log_3 x - 2$
 - $f(x) = \log_2(x+3)$; $\log_2(x+3)$
- Problema de aplicación: Si el pH de una sustancia está dado por $f(x) = -\log_2[H^+]$ donde la concentración de iones hidrógeno $[H^+]$ es quien nos marca el aumento o descenso del pH de una sustancia.
 - Realice la tabla con los valores de $[H^+]$ que ud comprenda de utilidad para el análisis del pH. Grafique.
 - Indique cuando el pH de la sustancia pasa a ser negativo.

Director: Lic. Daniel Rame