- Escuela: EPET Nº9 de ULLUM

- Docente: Romero, Guillermo Javier

- Año: 6º 1ª División, Ciclo Orientado

- Turno: Tarde

- Área curricular: Matemática

-Título de la propuesta: Derivadas

* GUIA Nº: 9

CONTENIDO: Derivadas – Derivadas sucesivas – Derivadas de funciones compuestas – Aplicaciones de la derivada

En esta guía vamos a continuar trabajando con la unidad Nº 2: **Derivadas**, aplicando las nociones vistas en la guía anterior y en otros cursos, y siempre con el fin de poder realizar ejercicios y aplicaciones con las mismas.

Derivadas sucesivas: La derivada de una función continua en un punto de su dominio es, si existe, el valor de la pendiente de la recta tangente a la función en ese punto; tal como vimos y trabajamos en la guía anterior. Si se aplica el mismo concepto de derivada a todos los puntos derivables de la función, lo que se obtiene es otra función llamada **función derivada f\`(x).** Si a esta nueva función se le aplica el mismo concepto, se obtiene otra función derivada, llamada derivada segunda o de segundo orden f\`\`(x); si se continua este proceso, se obtienen derivadas de tercero, cuarto, quinto orden, etc.

Ejemplos: a) $f(x) = -4x^3 + 2 \Rightarrow f`(x) = -12x^2 \Rightarrow f``(x) = -24x \Rightarrow f```(x) = -24 \Rightarrow f^{IV}(x) = 0$

b) $f(x) = \text{sen } x \Rightarrow f`(x) = \cos x \Rightarrow f``(x) = -\text{sen } x \Rightarrow f```(x) = -\cos x \Rightarrow f^{IV}(x) = \text{sen } x$

Derivadas de funciones compuestas: Sean las funciones $f(x) = x^2$, $g(x) = \text{sen}(x)$ la función f lo que hace es calcular el cuadrado $f(1) = 1^2 = 1$, $f(2) = 2^2 = 4$, $f(3) = 3^2 = 9$; por lo tanto: $f[\text{sen}(x)] = \text{sen}^2(x) = f[g(x)] = (f \circ g)(x)$ es una función compuesta de g y de f que expresamos por **f o g = f [g(x)].** La función compuesta lo que hace es asignar a cada elemento del dominio de g un único elemento del codominio de f, la derivada con respecto a x de este tipo de función, se obtiene derivando la función f con respecto a g(x) como variable de derivación, y multiplicando dicha derivada por la derivada de g con respecto a x, lo que se conoce como **regla de derivación en cadena**.

$$\boxed{(f \circ g)` = f`\,[g(x)].\,g`(x)}$$

Ejemplos: a) $h(x) = f\,[g(x)] = (2x^4 - 8x^3 + x^2)^3 \Rightarrow f(x) = x^3 \wedge g(x) = 2x^4 - 8x^3 + x^2$

$h`(x) = f`\,[g(x)].\,g`(x) \Rightarrow$ se sustituye: $g(x) = u \Rightarrow u = 2x^4 - 8x^3 + x^2$

$h`(x) = f`\,(u).\,g`(x) = 3u^2.\,(8x^3 - 24x^2 + 2x) = \mathbf{3.\,(2x^4 - 8x^3 + x^2)^2.\,(8x^3 - 24x^2 + 2x)}$

b) $s(x) = f\,[g(x)] = \ln(x^2 + 2x) \Rightarrow f(x) = \ln x \wedge g(x) = x^2 + 2x$

$h`(x) = f`\,[g(x)].\,g`(x) \Rightarrow$ se sustituye: $g(x) = u \Rightarrow u = x^2 + 2x$

$s`(x) = f`\,(u).\,g`(x) = \frac{1}{u}.\,(2x + 2) = \mathbf{\frac{1}{x^2+2x}\,.\,(2x + 2)} = \frac{2.(x+1)}{x.(x+2)}$

c) $k(x) = f\,(g\,[h\,(x)]) = sen^2\,(3x + 1) \Rightarrow f(x) = x^2 \wedge g(x) = sen\,x \wedge h(x) = 3x + 1$

$k`(x) = f`\,(g\,[h\,(x)]).\,g`[h\,(x)].\,h`(x) \Rightarrow$ se sustituye: $h(x) = u \Rightarrow u = 3x + 1$

$k`(x) = f`\,(g\,[u]).\,g`[u].\,h`(x) \Rightarrow$ se sustituye: $g(u) = v \Rightarrow v = sen\,u$

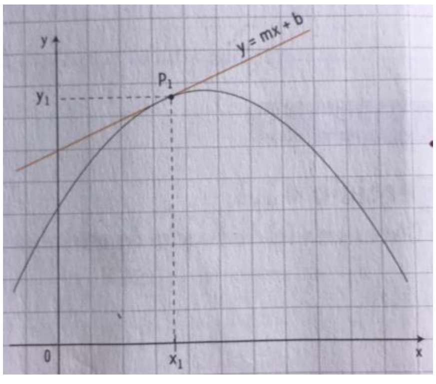
$k`(x) = f`(v).\,g`(u).\,h`(x) = 2v.\,(\cos u).\,3 = 2\,sen\,u.\,\cos u.\,3 = \mathbf{6\,sen\,(3x + 1).\,\cos\,(3x + 1)}$

Aplicaciones de la derivada: Recta tangente y recta normal

Recta tangente a una curva en un punto de la misma: El valor de la derivada de una función f(x) en un punto $x = x_1$ de la misma, es la pendiente de la recta tangente a la curva representativa de la función en dicho punto: $m = f`(x_1)$

*La ecuación de la recta tangente a la función que pasa por el punto $P_1 = (x_1; y_1)$ es:

$$\boxed{y - y_1 = f`(x_1).\,(x - x_1)}$$



Docente: Romero, Guillermo Javier

<u>Recta normal a una curva en un punto de la misma</u>: la recta normal a la curva representativa de f(x) en el punto $P_1 = (x_1; y_1)$ es la perpendicular a la recta tangente; y cuya ecuación es:

$$\boxed{y - y_1 = -\frac{1}{f`(x_1)}.(x - x_1)}$$

<u>Ejemplo</u>: hallar la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la curva de la función $f(x) = -2x^3$ en el punto de abscisa $x_1 = -1$; y graficar.

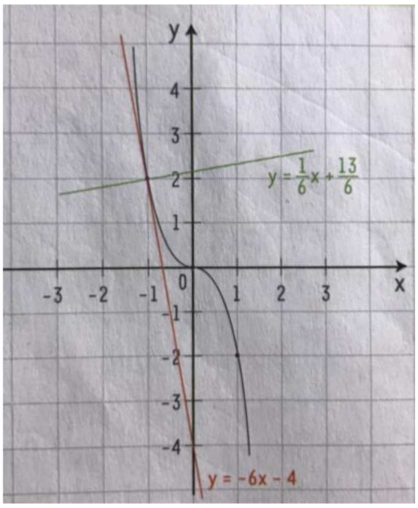
1º) $f`(x) = -6x^2 \Rightarrow m = f`(-1) = -6.(-1)^2 = -6 \Rightarrow m = -6$

2º) $y_1 = f(-1) = -2.(-1)^3 = 2 \Rightarrow P_1 = (-1; 2)$

3º) Ecuación de la recta tangente: $y - y_1 = f`(x_1).(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = -6.(x + 1) \Rightarrow \mathbf{y = -6x - 4}$

4º) Ecuación de la recta normal: $y - y_1 = -\frac{1}{f`(x_1)}.(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{6}.(x + 1) \Rightarrow \mathbf{y = \frac{1}{6}x + \frac{13}{6}}$

5º) Representación gráfica:



ACTIVIDADES:

<u>Ejercicios de aplicación</u>: 1) Hallar las derivadas sucesivas de las siguientes funciones hasta el orden indicado en cada caso:

a) $f^{IV}(x) \wedge f(x) = 3x^5 - 2x^3 + x - 2$

b) $f``(x) \wedge f(x) = \frac{3x^2+1}{x}$

c) $f```(x) \wedge f(x) = \ln x.\, e^x$

d) $f^{IV}(x) \wedge f(x) = -2\text{sen } x + 1 - \cos x$

2) Calcular las derivadas de las siguientes funciones compuestas:

1) $f(x) = \sqrt{3 + x^2}$

2) $f(x) = \cos^3 (2x + 4)$

3) $f(x) = (5x^3 - 3x^2 + 4x)^5$

4) $f(x) = \ln^3 (\text{sen } x)$

5) $f(x) = \text{sen } 7x^3$

3) Hallar la ecuación de la recta tangente y la recta normal a la curva $f(x) = x^2 + 2$ en el punto de abscisa $x_1 = 1$; y graficar la curva y ambas rectas.

EVALUACIÓN: Se tendrán en cuenta los siguientes criterios:

-Asimilación y comprensión.

-Interpretación correcta de consignas.

-Uso correcto de conceptos y procedimientos matemáticos analíticos y gráficos.

-Precisión en los cálculos y resultados.

-Cumplimiento en la presentación del trabajo asignado, vía mail o whats app

-Puntualidad en la entrega.

-Claridad y prolijidad en la presentación de guías.

FECHA DE PRESENTACION: 30 – 10 – 2020

BIBLIOGRAFÍA: -Matemática 1 – Editorial puerto de Palos -

-Apuntes U.N.S.J.

“Queridos alumnos, aquí les mando la guía 9 para que sigan ejercitándose y aprendiendo, siempre a continuación de las tareas ya realizadas en guías y clases anteriores. En caso de tener inconvenientes para realizarlas, no duden en comunicarse conmigo vía whats app o a través del mail y se los solucionare. Animo y espero verlos pronto. Les mando un gran abrazo”.

CONTACTO: 264-5429-832 – javier_g_romero@hotmail.com

Director: Prof. Roberto Solera

Docente: Romero, Guillermo Javier