

Esc: CENS N°178 "Pbro Mariano Iannelli"

Docente: Bioleta Reyes

Año: 3° A y B

Turno: Noche

Área: Matemática Financiera

Título: Logaritmos

Introducción

El estudio de los logaritmos se debe al matemático escocés John Napier (escrito también como Neper) que se dedicó a ellos buscando estrategias para simplificar los cálculos que involucraban números muy grandes, necesarios fundamentalmente para la navegación y la astronomía. Gracias a su obra muchos cálculos se hicieron mucho más sencillos, dando un gran impulso al desarrollo de las ciencias



John Napier (1550-1617)

Definición

El logaritmo de un número real positivo b en base a , positiva y distinta de 1, es el número m a que se debe elevar la base para obtener dicho número.

$$\log_a b = m \Leftrightarrow a^m = b, \quad b > 0, \quad 1 \neq a > 0$$

Observaciones

- La expresión $\log_a b = m$ se lee “el logaritmo de b en base a es m” .
- El logaritmo es la operación inversa de la exponenciación .
- $\log_{10} N = \log_{10} N$, logaritmos decimal.
- $\log_e a = \ln a$, logaritmo natural, donde $e = 2,71\dots\dots$

Propiedades básicas

$$\ast \quad \boxed{\log_a 1 = 0}$$

$$\ast \quad \boxed{\log_a a = 1}$$

$$\ast \quad \boxed{\log_a a^m = m}$$

Ejercicios de aplicación

1. Expresar como logaritmos las siguientes potencias. Guíate por el ejemplo.

$$6^3 = 216$$
$$6^3 = 216 \rightarrow \log_6 216 = 3$$

a) $3^4 = 81$

b) $2^3 = 8$

c) $7^1 = 7$

d) $4^6 = 4096$

e) $7^6 = 117\,649$

2. Expresa como potencia los siguientes logaritmos. Guíate por el ejemplo

$$\log_5 78125 = 7$$
$$\log_5 78125 = 7 \rightarrow 5^7 = 78125$$

- a) $\log_2 32 = 5$
- b) $\log_8 512 = 3$
- c) $\log_9 6561 = 4$
- d) $\log_{10} 10000000 = 7$
- e) $\log_9 531441 = 6$

Propiedades de los logaritmos

Sean $b > 0$, $c > 0$, $1 \neq a > 0$

* LOGARITMO DE UN PRODUCTO

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

* LOGARITMO DE UN CUOCIENTE

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

Ejemplos Ilustrativos

1. $\log_3 5 + \log_3 7 =$

- A) $\log_3 5 \cdot \log_3 7$
- B) $(5 \cdot 7)^3$
- C) 3^{35}
- D) $\log_3 12$
- E) $\log_3 35$

2. $\log_2 128 - \log_2 16 =$

- A) -2
- B) -1
- C) 1
- D) $\log_3 9$
- E) $\log_4 64$

Logaritmos de una potencia, raíz y cambio de base

* LOGARITMO DE UNA POTENCIA

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

* LOGARITMO DE UNA RAÍZ

$$\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b, \text{ con } n > 0$$

* CAMBIO DE BASE

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Ejemplo Ilustrativo

1. La expresión $\log \frac{1}{16} =$

- A) $1 - 4 \log 2$
- B) $-4 \log 2$
- C) $-8 \log 2$
- D) $4 \log 2$

2. $\log_2 \sqrt[3]{25} =$

- A) $3 \log_2 25$
- B) $3 \log_2 5$
- C) $\frac{2}{3} \log_2 5$
- D) $\frac{3}{2} \log_2 5$
- E) $\frac{1}{3} \log_2 5$

3. $\frac{\log 9}{\log 6} =$

- A) $\log 9 - \log 6$
- B) $3(\log 3 - \log 2)$
- C) $\log_9 6$
- D) $\log_6 9$
- E) $\frac{3}{2}$

Ejercicios de selección múltiple

1. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) equivalente(s) a $\log 8$?

- I. $\log 4 + \log 2$
- II. $3 \log 2$
- III. $2 \log 4 - \log 2$

- A) solo I
- B) solo II
- C) solo I y III
- D) solo II y III
- E) I, II y III

2. $\log_2(-2) =$

- A) -2
- B) -1
- C) 1
- D) 2
- E) no está definido en los números reales