

Escuela Técnica Obrero Argentino

Guía N°6

Docentes: Correa Claudia Noelia

Rolando Rodríguez

Sexto Año

1° Y 2° División

Ciclo: Orientado

Turno: Mañana y Tarde

Área Curricular: MATEMÁTICA

Educación Secundaria Técnica y Formación Profesional

TÍTULO: Continuidad

CONTENIDO SELECCIONADO: Unidad N°1: Función continua y discontinua.
Clasificación de discontinuidades: Discontinuidad evitable: redefinición. Discontinuidad inevitable (salto finito e infinito).

Forma de trabajo: Toda la guía se resuelve en el cuaderno y se copian los resultados en el Práctico del final y se envía a:

***6^{to} 2^{da}:** CLAUDIACORREA2439@gmail.com y

***6^{to} 1^{era}:** consultastrabajopracticos@gmail.com

Recordamos cuando una función es continua en un punto:

Definición:

Una función es continua en un punto si se cumplen las tres condiciones siguientes:

1- El punto pertenece al dominio de la función, es decir, la función está definida en él. Es decir:
Existe $f(a)$

2- Tiene límite finito en ese punto. Es decir: **existe $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$**

3- El valor que determina la función en ese punto, es igual al límite de la función cuando x tiende al punto. Es decir: **$f(a) = L$**

Ejemplo: Si $f(x) = 2^x$, probemos si es continua en $x_0 = 2$

1) ¿Existe $f(x_0)$? ¿Existe $f(2)$?

$$f(2) = 2^2 = 4$$

2) ¿Existe límite y es finito?

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} 2^x = 2^2 = 2$$

3) ¿ $f(x_0) = L$?

$$f(2) = 4$$

$$4 = 4$$

Por lo tanto, f es continua en $x_0 = 2$. Si estas condiciones se verifican para todos los puntos del dominio o todo su dominio, la función es continua en todo su dominio

Son ejemplos de funciones continuas: las funciones polinómicas, seno, coseno, función identidad, función constante.

Discontinuidad

Si no se cumple una de las dos primeras condiciones diremos que la función es discontinua.

Distintos tipos de discontinuidad

1) Discontinuidad evitable

Es el caso en que no existe $f(a)$ pero si tiene $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ (finito)

Ejemplo:

$$x \rightarrow a$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{5x - 5} \text{ en } x = 1$$

Analicemos las condiciones

$$1) f(1) = \frac{1^2 - 1}{5 \cdot 1 - 5} = \frac{0}{0} \text{ no existe}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{5x - 5} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)}{5(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{5} = \frac{2}{5} \text{ Existe y}$$

es $2/5$

Entonces en estos casos podemos redefinir la función de la siguiente manera:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{5x - 5} & \text{si } x \neq 1 \\ 2/5 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

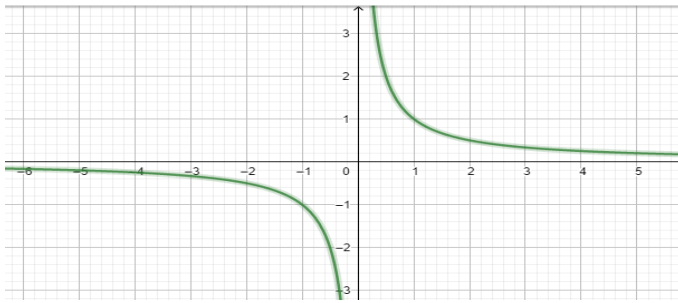
2) Discontinuidad no evitable

En el caso en que no cumple la segunda condición

Ejemplo N°1 (Salto infinito)

$$F(x) = \frac{1}{x} \text{ en } x = 0$$

Representamos la función:



Analizamos las condiciones

$$1) f(0) = \frac{1}{0} = \infty$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty \text{ no es finito}$$

(pues analizamos su límite por derecha y por izquierda, tomamos la función en valor absoluto y $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$)

Por lo tanto, la función es discontinua inevitable pues en el punto 0 la función presenta una **discontinuidad inevitable y no se puede redefinir.**

Ejemplo 2: (Salto finito)

Dada la función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ -x + 6 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

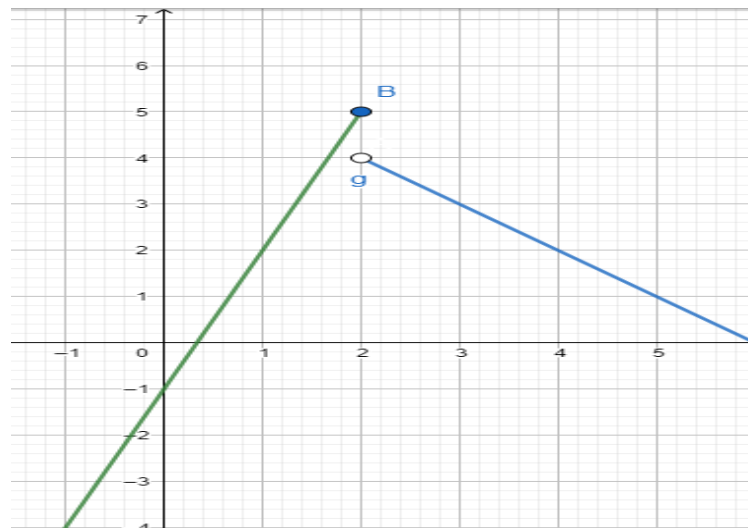
Cuya representación gráfica es:

Analizamos si es continua en el

Punto $x=2$

1^{ero} Veamos si existe $f(2) =$ para ello vemos si la función está definida en $x=2$ (en la función definida a trozos es: $3x - 1$ entonces $f(2) = 3 \cdot 2 - 1 = 5$

2^{do} Veamos si existe $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ como es definida a trozos evaluamos el límite por izquierda y por derecha; es decir: $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 5$



$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$ entonces no existe límite de $x \rightarrow 2$ de $f(x)$

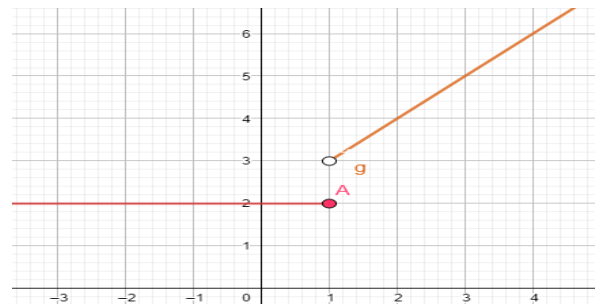
Por lo tanto, la función es discontinua inevitable.

Actividad N°1

Determina cuales de las siguientes funciones **discontinuas inevitables** tienen un salto finito o infinito (realiza este ejercicio analizando los tres pasos de la continuidad)

a) $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq 1 \\ 1x + 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

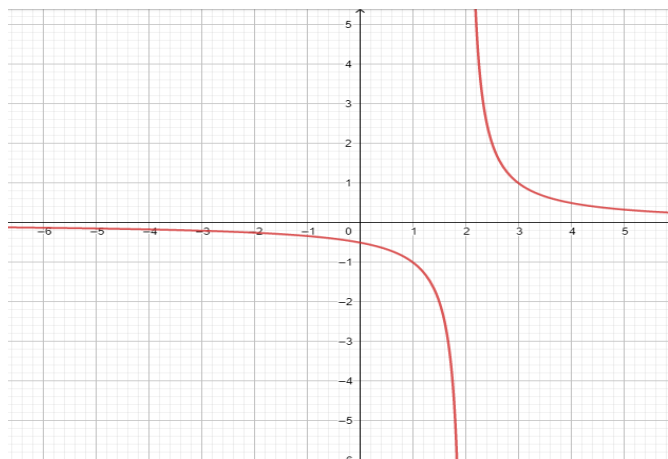
Analiza el salto: si es finito o infinito en la discontinuidad del punto $x = 1$; su gráfica es:



b) $f(x) = \frac{1}{x-2}$ analiza salto si es finito o

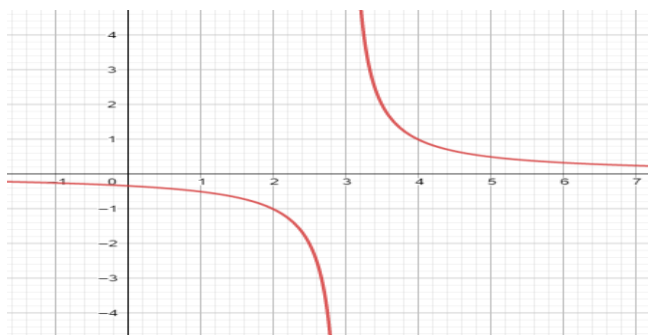
infinito en la discontinuidad del punto $x=2$.

Su gráfica es:



c) $f(x) = \frac{1}{x-3}$ analiza el salto:

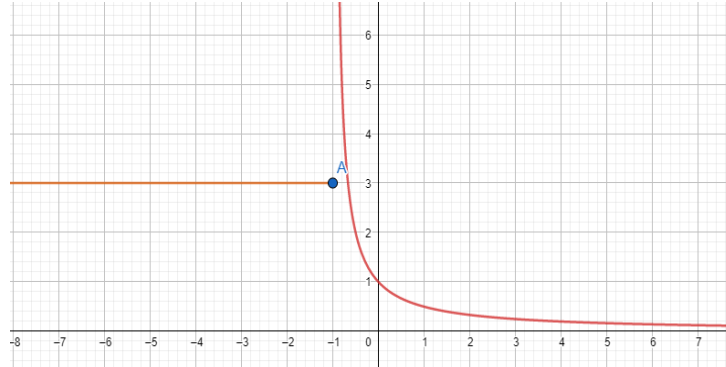
Si es finito o infinito en la discontinuidad del punto $x=3$; su gráfica es:



d) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & \text{si } x \geq -1 \\ 3 & \text{si } x < -1 \end{cases}$

Analiza el salto: si es finito o infinito en la discontinuidad del punto

Analizar su continuidad en: $x = -1$



e) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ -1x + 2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$

analizar su continuidad en $x = 0$

Realizar la gráfica y

analizar su salto en la discontinuidad del punto $x=0$

Actividad N°2 Determina cuales de las siguientes funciones, que son discontinuas; **tienen discontinuidad evitable** (si es así: redefine); y cuales tienen **discontinuidad inevitable** (si es así determina si es de **salto finito o infinito**).

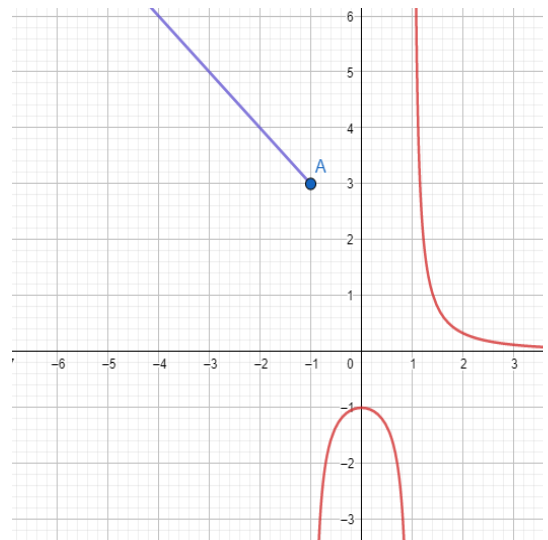
a) $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x + 4}$ analizar en $x = -4$

b) $f(x) = \frac{x^4 - x^2}{x + 1}$ analizar en $x = -1$

c) $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 1}$ analizar en $x = 1$

d) $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x \geq 1 \\ -1x + 1 & \text{si } x < 1 \end{cases}$ en $x = 1$

e) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 - 1} & \text{si } x \geq -1 \\ -1x + 2 & \text{si } x < -1 \end{cases}$ analizar en $x = -1$



Práctico

Completar todas las actividades

Actividad N°1

¿Qué tipo de salto tiene? **Corrección**

a)	$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq 1 \\ 1x + 2 & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad \text{en } x = 1$		
b)	$f(x) = \frac{1}{x-2} \quad \text{en } x=2$		
c)	$f(x) = \frac{1}{x-3} \quad \text{en } x=3$		
d)	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & \text{si } x \geq -1 \\ 3 & \text{si } x < -1 \end{cases} \quad \text{en } x = -1$		
e)	$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ -1x + 2 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad \text{en } x = 0$		

Actividad N°2 Responde:

Función	¿Qué tipo de discontinuidad tienen? ¿Evitable o inevitable?	Redefinición	Corrección
a) $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x + 4} \quad \text{en } x = -4$		$F(x) = \{$	
b) $f(x) = \frac{x^4 - x^2}{x + 1} \quad \text{en } x = -1$		$F(x) = \{$	
c) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1} \quad \text{en } x = 1$		$F(x) = \{$	
d) $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x \geq 1 \\ -1x + 1 & \text{si } x < 1 \end{cases} \quad \text{en } x=1$		$F(x) = \{$	
e) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2-1} & \text{si } x \geq -1 \\ -1x + 2 & \text{si } x < -1 \end{cases} \quad \text{en } x = -1$		$F(x) = \{$	

Director: Técnico Jorge Grosso