Propuesta pedagógica N°: **3**

FinEs II: Trayecto Secundario Parcial

Escuela: CENS Juan de Garay

Docente: Sánchez, Viviana Edith.

(E-mail: vivianasanchez31982@gmail.com; WhatsApp: 2645043443)

Área Curricular: Matemática

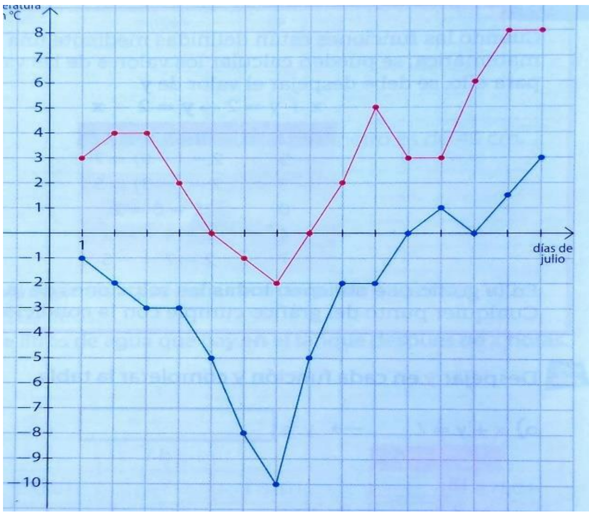
Título de la propuesta: Funciones definidas por fórmulas.

Contenidos: Dominio e imagen de una función. Ceros de una función. Funciones definidas por fórmulas: lineal; cuadrática y exponencial.

Continuamos explorando el tema funciones, que iniciamos en la guía anterior, en esta oportunidad comenzaremos por definir Dominio e Imagen de una función:

Para ello, te propongo recordemos el ejercicio 4 de la Guía anterior:

"La gráfica muestra las temperaturas máximas y mínimas de una ciudad durante los primeros 15 días del mes de julio".



Dominio de una función: Lo conforman todos los valores que toma la variable independiente.

En nuestro ejemplo, la variable independiente toma sus valores entre el día 1 al 15 de Julio, esto es el intervalo $[1, 15]$. Como puedes ver, dicho intervalo lo encontramos en el eje x, que es donde ubicamos a la variable independiente. Por lo tanto el dominio para ambas funciones (temperaturas máximas y mínimas) es el intervalo $[1, 15]$.

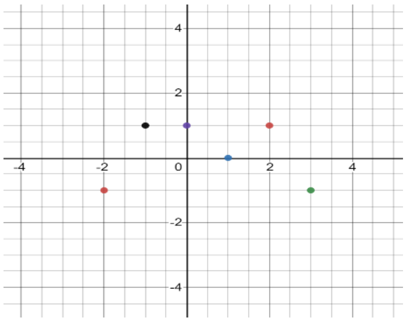
Imagen de una función: La conforman todos los valores que toma la variable dependiente.

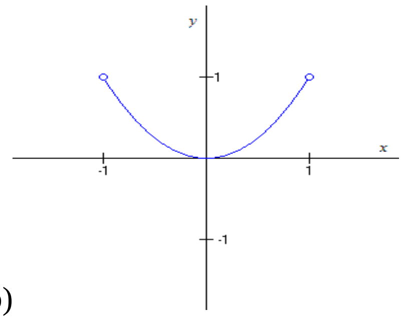
<u>En nuestro ejemplo</u>, la variable dependiente:

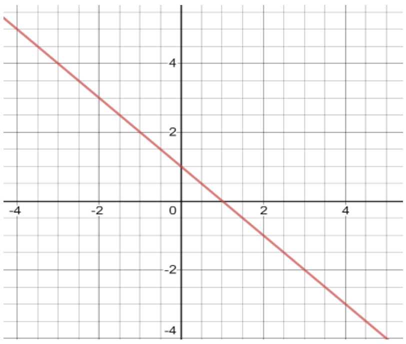
- Toma valores entre -1 y 8 cuando a las temperaturas máximas nos referimos.
- Toma valores entre -10 y 3 cuando a las temperaturas mínimas nos referimos.

Es decir, la imagen de la función temperatura máxima es el intervalo $[-1\,,8]$ y la imagen de la función temperatura mínima es el intervalo $[-10\,,3]$. Ambos intervalos los visualizamos en el eje y que es donde se ubica la variable dependiente.

<u>Ejercicio 1</u>: Determina la imagen y el dominio de las siguientes funciones

a) 

b) 

c) 

Ceros o raíz de una función: Las raíces de una función son los valores de x que hacen que y valga cero. Como y vale cero la gráfica de la función corta al eje x en esos puntos.

<u>Ejemplo</u>:

Retomando el ejercicio 4 de la Guía anterior, observamos lo siguiente:

- Son ceros de la función temperaturas máximas: $x_1 = 5$; $x_2 = 8$
- Son ceros de la función temperaturas mínimas: $x_1 = 12$; $x_2 = 13$

Ejercicio 2: Observa los gráficos y responde

Gráfico 1

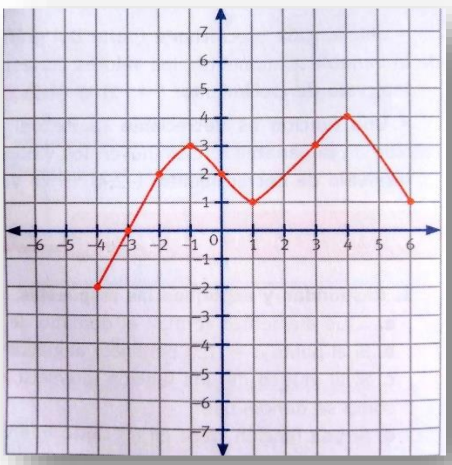
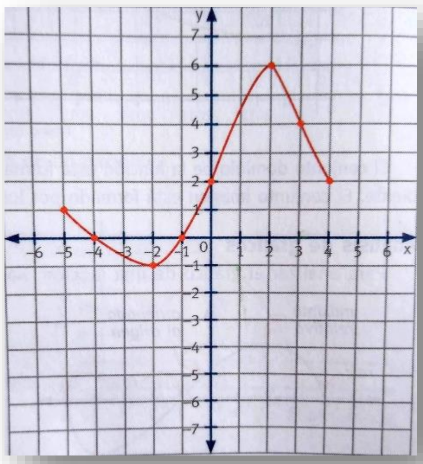


Gráfico 2



a) ¿Cuál es el Dominio? ¿Y cuál es la imagen?
b) ¿Cuál es la imagen de 3 en el Gráfico 2? ¿Cuál es la imagen de -2 en el Gráfico 1?
c) Indica los ceros de cada Gráfico.

Notación:

Simbólicamente una función se expresa: $y = f(x)$ se lee "**y es función de x**" o "**y es igual a f de x**", lo que significa que el valor que toma **y** depende del valor que le damos a **x**.
También se expresa a una función por $\boldsymbol{f}: \mathbf{A} \to \mathbf{B}$ de esta forma queda indicado

FUNCIONES DEFINIDAS POR FÓRMULAS:

Cuando existe una relación aritmética entre "**x**" e "**y**" se la puede expresar por medio de una fórmula. A partir de la fórmula podemos calcular la imagen de cualquier valor perteneciente al dominio de la función.

Ejemplos de funciones definidas por fórmulas:

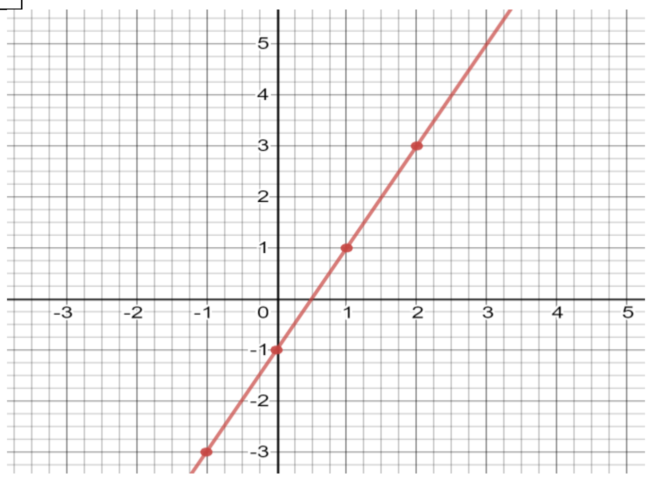
$$\mathbf{y = 3 \cdot x} \qquad \mathbf{y = \frac{1}{3} \cdot x + 1} \qquad \mathbf{y = x^2}$$

Representación gráfica de las funciones definidas por fórmulas:

Las funciones que tiene como conjunto de partida y de llegada, conjuntos numéricos, pueden ser representadas gráficamente en un sistema de ejes cartesianos.
Para representar gráficamente una función definida por fórmula, se asignan valores a **x** y se obtienen los de **y**, así se logran los puntos de la función.

Por ejemplo:

x	$y = 2x - 1$	(x, y)
$\mathbf{-2}$	$2 \cdot (-2) - 1 = \mathbf{-5}$	$(\mathbf{-2}, \mathbf{-5})$
$\mathbf{-1}$	$2 \cdot (-1) - 1 = \mathbf{-3}$	$(\mathbf{-1}, \mathbf{-3})$
$\mathbf{0}$	$2 \cdot 0 - 1 = \mathbf{-1}$	$(\mathbf{0}, \mathbf{-1})$
$\mathbf{1}$	$2 \cdot 1 - 1 = \mathbf{1}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})$
$\mathbf{2}$	$2 \cdot 2 - 1 = \mathbf{3}$	$(\mathbf{2}, \mathbf{3})$



Como puedes ver al unir los puntos obtenemos la representación gráfica de una función definida en el conjunto de los números reales, cuya expresión es: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2x - 1$. Esta función recibe el nombre de **función lineal** dado que su gráfica resultante es una recta.

Función Lineal:
Una función lineal es una función $\boldsymbol{f}$ dada por la ecuación $\boldsymbol{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{mx} + \mathbf{b}$, llamada ecuación explícita de la recta.
También la ecuación explícita de una función lineal puede escribirse: $\mathbf{y} = \mathbf{mx} + \mathbf{b}$**.**

- **b** recibe el nombre de ordenada al origen o coeficiente de posición, y es el valor donde la recta corta al eje "y". Esto es: la recta intersecta al eje "y" en el punto $P = (0, b)$.
- **m** recibe el nombre de pendiente, mide el grado de inclinación de la recta con respecto al eje "x" e indica cuanto varía **y** al aumentar **x** una unidad.

Ejercicio 3: Realiza una tabla valores y grafica las siguientes funciones lineales
$\boldsymbol{f}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ **tal que** $\boldsymbol{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \mathbf{2}$
$\boldsymbol{g}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ **tal que** $\boldsymbol{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$
$\boldsymbol{h}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ **tal que** $\boldsymbol{h}(\mathbf{x}) = -\mathbf{3x} + \mathbf{1}$

Indica para cada una de ellas:

a) Dominio e Imagen de la función.
b) Ceros o raíces.
c) Pendiente y ordenada al origen.

Ejercicio 4: En la siguiente tabla se relaciona las medidas del lado **L** de distintos cuadrados, expresados en cm, con sus respectivas **áreas**, expresadas en cm^2.

Completa la tabla, a partir de la fórmula $\boldsymbol{f}(\mathbf{L}) = \mathbf{L^2}$:

L (cm)	-3	-1	0	1	3
Área (cm^2)	$(-3^2) = 9$	………	……….	………	……..

Luego, ubica los puntos obtenidos en un sistema de ejes cartesianos y únelos con una línea curva.

Comparando la gráfica obtenida en el ejercicio anterior, con las realizadas hasta el momento, puedes advertir que ya no se trata de una recta, sino de una curva, llamada **parábola** y que se corresponde con otro tipo de función, llamadas **función cuadrática**.

Función Cuadrática:

Una función cuadrática es aquella que puede escribirse con una ecuación de la forma:

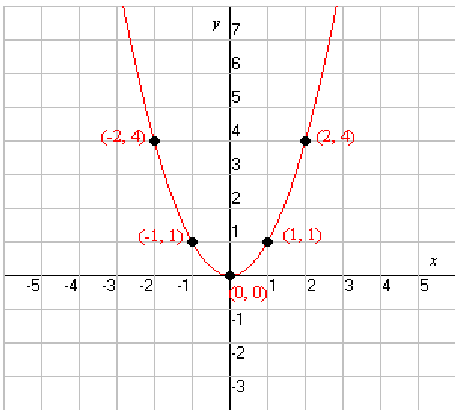
$\boldsymbol{f}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $\boldsymbol{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{ax^2 + bx + c}$ **,** donde $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ son números reales, **a** distinto de cero (puede ser mayor o menor que cero pero nunca cero), , **b** y **c** pueden ser igual a cero ambos o alguno de ellos.

En la ecuación cuadrática cada término tiene un nombre:

$\mathbf{ax^2}$**:** término cuadrático**; bx** es el término lineal y **c** término independiente.

Su gráfica recibe el nombre de **parábola.**

Ejemplo: $\boldsymbol{f}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $\boldsymbol{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{x^2}$



Ejercicio 5: Realiza una tabla valores y grafica las siguientes funciones cuadráticas

$\boldsymbol{f}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **tal que** $\boldsymbol{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 + 2$

$\boldsymbol{g}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **tal que** $\boldsymbol{g}(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x}^2$

Ejercicio 6: Algunas células se reproducen mediante un proceso llamado “bipartición”, que consiste en que cada una se divide en dos. Considera un conjunto de células en las que cada una da origen a dos nuevas cada vez que transcurre una hora.

a) Completa la tabla que relaciona la cantidad de células con el tiempo transcurrido, definida como $\boldsymbol{f}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $\boldsymbol{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{2}^{\mathbf{x}}$**,** donde x representa las horas transcurridas.

Tiempo (x)	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
Número de células	……….	……….	………..	$2^3 = 8$	…………

b) Ubica los puntos en un sistema de ejes cartesianos y únelos con una curva.

Como puedes ver, la gráfica anterior no es una recta ni una parábola, se trata de una función llamada **exponencial**, veamos cómo se define:

Función Exponencial: La función $\boldsymbol{f}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = k \cdot a^x + b$, donde $a > 0$, $a \neq 1$, $a \neq 0$, $k \neq 0$, b es un número real y el exponente x es también cualquier número real, se llama **función exponencial** con base a.

Ejercicio 7: Realiza una tabla valores y grafica las siguientes funciones cuadráticas

$\boldsymbol{f}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **tal que** $\boldsymbol{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{3}^{\mathbf{x}}$

$\boldsymbol{g}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ **tal que** $\boldsymbol{g}(\mathbf{x}) = \left(\frac{1}{3}\right)^{\mathbf{x}}$