

FINES II: TRAYECTO SECUNDARIO PARCIAL**Escuela:** CENS 74**Docente:** Facundo Montenegro**Área Curricular:** Matemática**Título de la propuesta:****Proporcionalidad, Magnitudes proporcionales**

La proporcionalidad es la relación entre dos magnitudes medibles, dos magnitudes serán directamente proporcionales si al producirse el aumento de una de ellas, en el doble, triple o cuádruple, las cantidades que corresponden a la otra también aumenta en las mismas cantidades, es decir, el doble, el triple, el cuádruple. Ahora veremos cómo distinguir cuando existe proporcionalidad y por qué es tan importante distinguirla. Es un concepto muy útil y usado en la vida cotidiana.

Antes de pasar a explicarlo con un ejemplo es necesario que vean el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=nP9SwAqhVTI>

Ahora explicaremos con otro ejemplo:

El tanque de nafta de un automóvil tiene una capacidad de 55 litros, se sabe que con 1 litro de nafta, a velocidad constante, recorre 8km.

- ¿Cuántos kilómetros puede recorrer el automóvil con 5 litros de nafta? ¿Y con la mitad del tanque? ¿Y con el tanque lleno? Si el tanque está vacío, ¿cuántos kilómetros puede recorrer?
- Para recorrer 240 km, ¿Cuántos litros de nafta se necesitan? ¿Y para recorrer 160 km?
- Represente en un sistema de ejes cartesianos los valores que se corresponden; ubique la variable "litros de nafta" sobre el eje de las abscisas, y la variable "distancia recorrida" sobre el eje de las ordenadas.

Ahora veamos, para recorrer 8 km el auto consume 1 litro de nafta, entonces podemos pensar que si se mantienen las condiciones, cada vez que recorre 8 km consume 1 litro. Para hacer 16 km, necesita entonces 2 litros. Y con 3 litros, hará 24 km. Podemos organizar los datos y las conclusiones que sacamos a partir de ellos en una tabla:

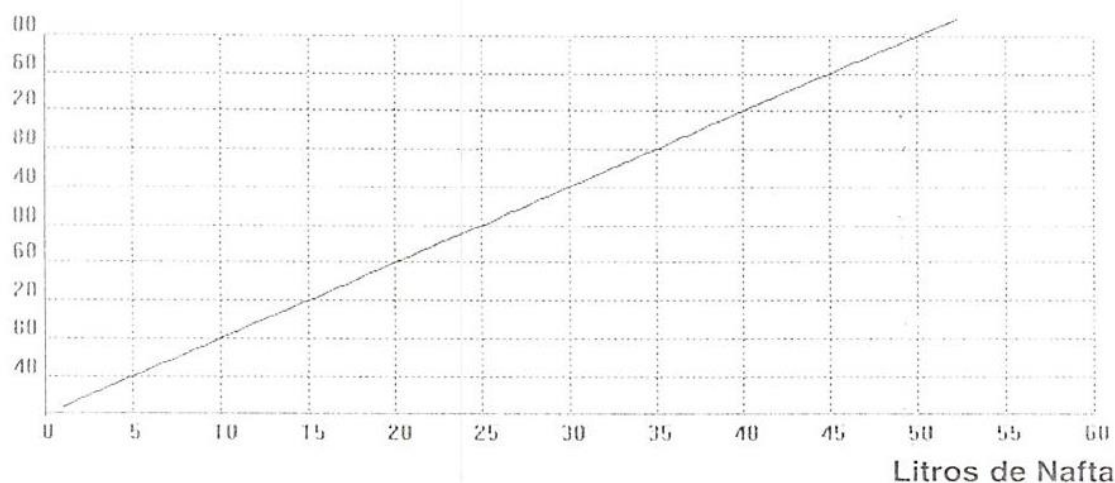
Litros de nafta	1	5	27,5	55	0	30	20
Km recorridos	8	40	220	440	0	240	160

Observemos que si multiplicamos por 5 la cantidad de litros de nafta, entonces también se multiplica por 5 la cantidad de km recorridos. Y lo mismo sucede con los km recorridos, si multiplicamos por 30 los km recorridos (para pasar de 8 a 240), entonces el valor correspondiente al consumo de nafta se multiplica también por 30.

Si el tanque tiene 0 litros de nafta, obviamente recorrerá 0 km (pues no es un auto eléctrico).

Cuestion: ¿Por cuánto tenemos que dividir el valor correspondiente al espacio recorrido si dividimos por 3 la cantidad de litros consumidos? Para saber cuantos litros consume para recorrer 160km, tenemos que dividir 160 km en los 8 litros de nafta que necesitamos para recorrer 1 km y nos da 20 litros de nafta.

Km recorridos



El análisis del cambio entre espacio recorrido y consumo de nafta permite enunciar estas propiedades:

- i) a 0 litros de nafta corresponden 0 km recorridos
- ii) al doble de litros corresponde el doble de km recorridos, lo mismo si multiplicamos por 5, o por 30, o por $\frac{1}{2}$.
- iii) Cada vez que agregamos 1 litro de nafta (avanzamos 1 en el eje de las abscisas), el auto recorre 8km mas (avanzamos 8 km sobre las ordenadas, y esto independientemente del punto de partida.

Porque se cumplen estas propiedades, el espacio recorrido es proporcional al consumo. La representación gráfica de esa ley de correspondencia es una **recta que pasa por el origen de coordenadas**.

Según la propiedad III cada 8 km recorridos se consume 1 litro de nafta. Ese valor constante (8 km) se pone en manifiesto si dividimos los km recorridos por los litros de nafta consumidos: $8/1 = 8$, $16/2 = 8$, $24/3 = 8$, $160/20 = 8$.

Ese valor constante (8 en este caso), se le llama **coeficiente de proporcionalidad**. Si hacemos lo mismo pero dividimos los litros de nafta por los km recorridos también aparece una constante, 0,125 litros de nafta en este caso y nos indica que el automóvil cada 1 km recorrido consume 0,125 litros de nafta.

Porcentajes

Para favorecer el número de inscriptos en un plan de viviendas, una empresa ofrece: “Vente por ciento de descuento en las cinco primeras cuotas”, ¿Qué significa eso? Quiere decir que si la cuota vale \$100 se descuenta \$20. Si la cuota es de \$200 se descuenta \$40, hay que pagar \$160 porque descontaron \$40. Si la cuota es de \$300 descuentan \$60.

Si hacemos los cocientes entre el monto descontado y el monto total, obtenemos:

$$\frac{20}{100} = \frac{40}{200} = \frac{60}{300} = 0,2$$

El coeficiente de proporcionalidad es justamente, 20 cada 100. Esta particular relación de proporcionalidad con 100 es lo que se llama **porcentaje**.

Acá un video explicando dos maneras de resolver ejercicios de porcentajes:

<https://www.youtube.com/watch?v=a8fEM586LQ4>

Expresiones algebraicas: Polinomios

Un Polinomio, es una expresión algebraica formada por sumas y restas entre monomios.

Los monomios que conforman un polinomio se denominan términos del polinomio.

Un polinomio recibe un nombre según la cantidad de términos que tiene y se clasifican en:

- **Monomio:** Es toda expresión algebraica en la que las únicas operaciones que interviene son la multiplicación y la potencia de exponente natural. Por ejemplo: $2x$, pueden ser también $3yz^2$, $-5t$.
- **Binomios:** expresiones algebraicas que constan de dos términos únicamente. Por ejemplo $2a+3b$.
- **Trinomios:** expresiones algebraicas que constan de tres términos únicamente. Por ejemplo: $3x+3y-5z$.
- **Polinomios:** expresiones algebraicas que tienen más de tres términos. Puede ser un binomio, un trinomio o la suma y/o resta de más de tres monomios. Por ejemplo: $-2x-3y+7z-12p-25$.

Cuando dos monomios tienen las mismas letras con los mismos exponentes, se dice que son **términos semejantes**. Ejemplos de términos semejantes:

$$\begin{array}{cccc} \frac{1}{2}n, & 4.5n & y & 2n \\ 5y, & -5y & y & 10y \\ 2xy & y & & -8xy \end{array}$$

Operaciones con polinomios

Suma y resta de polinomios: Es la suma o resta de dos o más monomios (o términos) que lo conforman. Solo se pueden hacer sumas o restas de monomios semejantes, lo cual se utilizan las propiedades de suma y resta entre números, por lo tanto si tenemos restas y/o sumas de términos no semejantes, estas no se pueden resolver, quedan así como están.

Si queremos sumar los monomios $2xy + 4xy$, al escribir la suma ya tenemos un binomio, para poder sumar podemos pensar del siguiente modo, por un lado tenemos 2 veces el producto xy y por el otro 4 veces el producto mencionado, entonces:

$$2xy + 4xy = 6xy$$

Este proceso puede generalizarse a la suma y resta de términos semejantes, otro ejemplo:

$$3x + 5y - 4x = (3 - 4)x + 5y = -x + 5y$$

Solo se suman y/o restan los semejantes.

Multiplicación de polinomios: Aquí se pueden presentar tres situaciones que analizaremos por separado: el producto de dos monomios, el producto de un polinomio por un monomio y el producto de dos polinomios.

Para **multiplicar dos monomios** no es necesario que estos sean semejantes por ejemplo:

$$(4x^2) \cdot (2xy) = 4 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot x \cdot y = 8x^3 \cdot y$$

Como cada monomio expresa una multiplicación, tenemos 4 por x^2 que multiplica a 2 por x por y , por propiedades conmutativa y asociativa del producto que podemos cambiar el orden de los factores y agrupar como nos convenga. También al multiplicar x^2 por x , usamos la regla del producto de dos potencias de igual base, es decir, sumamos los exponentes.

Ahora el producto de un **polinomio por un monomio**, aplicamos propiedad distributiva.

$$(3g + 2h) \cdot (c) = 3gc + 2hc$$

Donde g , h y c son variables como lo podrían ser x , y , z .

Finalmente el **producto entre dos polinomios**, aplicamos también propiedad distributiva, recordando que debemos multiplicar cada término de un polinomio por cada término del otro veamos un ejemplo: multipliquemos los polinomios $5w + 2$ y $z + 3$

Primero distribuiremos el binomio $z + 3$ multiplicando por el binomio $5w + 2$, y después distribuiremos este último multiplicándolo por cada término del primero.

$$\begin{aligned} (5w + 2) \cdot (z + 3) &= (5w + 2) \cdot (z) + (5w + 2) \cdot (3) = \\ &= (5w) \cdot (z) + (2) \cdot (z) + (5w) \cdot (2) \cdot (3) = \\ &= 5wz + 2z + 15w + 6 \end{aligned}$$

Acá esta explicado cómo resolver estos ejercicios:

<https://www.youtube.com/watch?v=6-1NJt3-ITg>

<https://www.youtube.com/watch?v=cotRZEAlJg>

Division de polinomios: dividir polinomios por monomios, suele ser más sencillo dividir por separado cada término del polinomio por el monomio. Al simplificar cada problema de división pequeña, no olvide usar las reglas de los exponentes para las variables.

Veamos el siguiente ejemplo:

$$\begin{aligned}(3b^2 + b^3c) \div (2bc) &= \\ \frac{3b^2 + b^3c}{2bc} &= \frac{3b^2}{\cancel{2}bc} + \frac{b^{\cancel{3}}c}{2\cancel{b}c} = \\ &= \frac{3b}{2c} + \frac{b^2}{2c}\end{aligned}$$

Simplificamos exponentes cuando se divide una variable entre la misma pero con distinto exponente, por ejemplo $\frac{x^5}{x^3} = x^2$, por si no lo recuerdan aca les dejo un video:

<https://www.youtube.com/watch?v=cWIMQGvy9fg&list=PLeySRPnY35dEZfKTSyNNXOr-lw7oNEc3C>

Ahora les dejo un video de las divisiones de polinomios entre monomios por si algo no quedo claro y puedan verlo mejor:

<https://www.youtube.com/watch?v=udNePlkZt6E>

EJERCICIOS

- 1- En una caja que contiene 350 gramos (se denota g) de queso de tipo A, se lee: "Este queso tiene 140g de materia grasa".
 - a) Si se comen **30g** de ese **queso**, ¿Cuántos gramos de **grasa** se ingieren? Una persona que hace dieta estricta solo puede comer **20g de grasa** ¿Cuántos gramos de ese **queso** puede comer?
 - b) En la caja de otro tipo de queso B se encuentra: "Cada 150g de queso hay 50g de materia grasa." Si tomamos 100g de cada uno de los dos quesos, ¿Cuál de ellos tiene mayor cantidad de grasa?
- 2- Para obtener 10,1 kg de sal marina, hay que evaporar 310 kg de agua de mar. Que cantidad de agua de mar hace falta evaporar para obtener 15,5 kg de sal? ¿Y 250,2 kg de sal? ¿Qué cantidad de sal marina se puede obtener al evaporar 62,8 kg de agua de mar? ¿Y 7285,5?
- 3- En el recuento de votos de una elección, se dice que el candidato H obtuvo el 29% de los votos.
 - a) ¿Qué significa esto?
 - b) Si el total de los votos durante las elecciones fue de 75600, ¿Cuántos votos obtuvo este candidato?

- c) Si todos los votos hubiesen sido para el candidato H, ¿Qué porcentaje hubiese obtenido? ¿Y si nadie lo hubiese votado?
- d) Si hubo 4536 votos en blanco, ¿Qué porcentaje representa respecto del total de los votos?
- 4- En una fiesta se encuentran 200 personas de las cuales 18 son niños, ¿Cuál es el porcentaje de niños sobre el total de asistentes?
- 5- En una caja de leche en polvo de 800 gr se lee: "Ahora Ud. lleva 15% gratis". ¿Cuántos gramos de leche gratis contiene el envase?
- 6- En los siguientes polinomios indique los términos semejantes:
- a) $5ab^4 + a^2b - \frac{3}{4}a^2b$
- b) $m - 7nm + 2m + 3mn$
- c) $-4r - 2s + 28r^2$
- d) $6xy + 3x^2y - 7xy + 2x^2y^2$
- 7- Resuelva las siguientes operaciones con polinomios:
- a) $(x - 7z + 4) + (5x + 4z - \frac{1}{4})$
- b) $2x - 3v + 5) - (4y + 6u - 5)$
- c) $(5a - 3b) + (-6a - 2b) - (3a + 4b) - (-a - b)$
- d) $(2x^2y)(3x^3y^2)$
- e) $(x^4 - 5x^3 - 10x^2 + 15x) \div (-5x)$
- f) $(-8x - 2x^2 - 2x^3 - 4)(-5x^3 - 2x^2 - 3x - 5)$