

- Escuela: Escuela Técnica Obrero Argentino
- Docentes: Elena Gallardo, Analía Andrada, Daniel Luna
- Año: 4° 1° y 4° 2° , Ciclo Orientado Hidráulica
- Turno Tarde
- Área curricular: Hidráulica General
- Título de la propuesta: CAUDAL – TEOREMA DE BERNOULLI

GUIA N° 9

En esta guía, les proponemos repasar conceptos de Caudal, que aplicaremos cuando veamos el Teorema de Bernoulli.

Recuerden que las guías deben estar resueltas en sus cuadernos.

Para consultas y el envío de guías les recordamos nuestros correos electrónicos:

Prof. Analía Andrada de 4°1°: consultaquiaetoa@gmail.com

Prof.ElenaGallardo de 4°1°y 2°:gallardoetoa@gmail.com

Prof.Daniel Luna de 4°2°: inglunaadl@gmail.com

CAUDAL:

$$Q = v \cdot S \quad v = \text{velocidad}$$

S= Sección (transversal de la cañería)

El Caudal es igual al producto de la sección transversal multiplicada por el valor de la velocidad media de la misma y dirigida perpendicularmente a ella.

TEOREMA DE BERNOULLI

El fluido hidráulico en un sistema contiene energía en dos formas: energía cinética, en virtud del peso y de la velocidad, y energía potencial en forma de presión. Daniel Bernoulli, un científico Suizo demostró que en un sistema con flujos constantes, la energía es transformada cada vez que se modifica el área transversal del tubo.

El principio de Bernoulli dice que la suma de energías potencial y cinética, en varios puntos del sistema, es constante, si el flujo es constante. Cuando el diámetro de un tubo se modifica, la velocidad también se modifica.

La energía cinética aumenta o disminuye. En tanto, la energía no puede ser creada ni tampoco destruida. Enseguida, el cambio en la energía cinética necesita ser compensado por la reducción o aumento de la presión.

El Teorema de Bernoulli se aplica a líquidos perfectos, con movimiento permanente, para determinar la presión hidrodinámica en una cañería o canal, y conocer la transformación de la energía que sufre una partícula durante el movimiento para mantener la Energía Hidráulica constante. Este teorema, como dijimos, confirma el Principio de Conservación de la Energía.

Para demostrarlo, se considera una partícula de líquido perfecto animada de movimiento permanente, y entre dos puntos de su trayectoria, se aplica el **Teorema de la Mecánica**: “La variación de la energía cinética de un cuerpo, es igual a la suma de los trabajos de las fuerzas exteriores que actúan sobre el cuerpo.

Aplicando ecuaciones diferenciales, aplicando conceptos de trabajo, energía cinética y ecuaciones de continuidad obtenemos la siguiente ecuación:

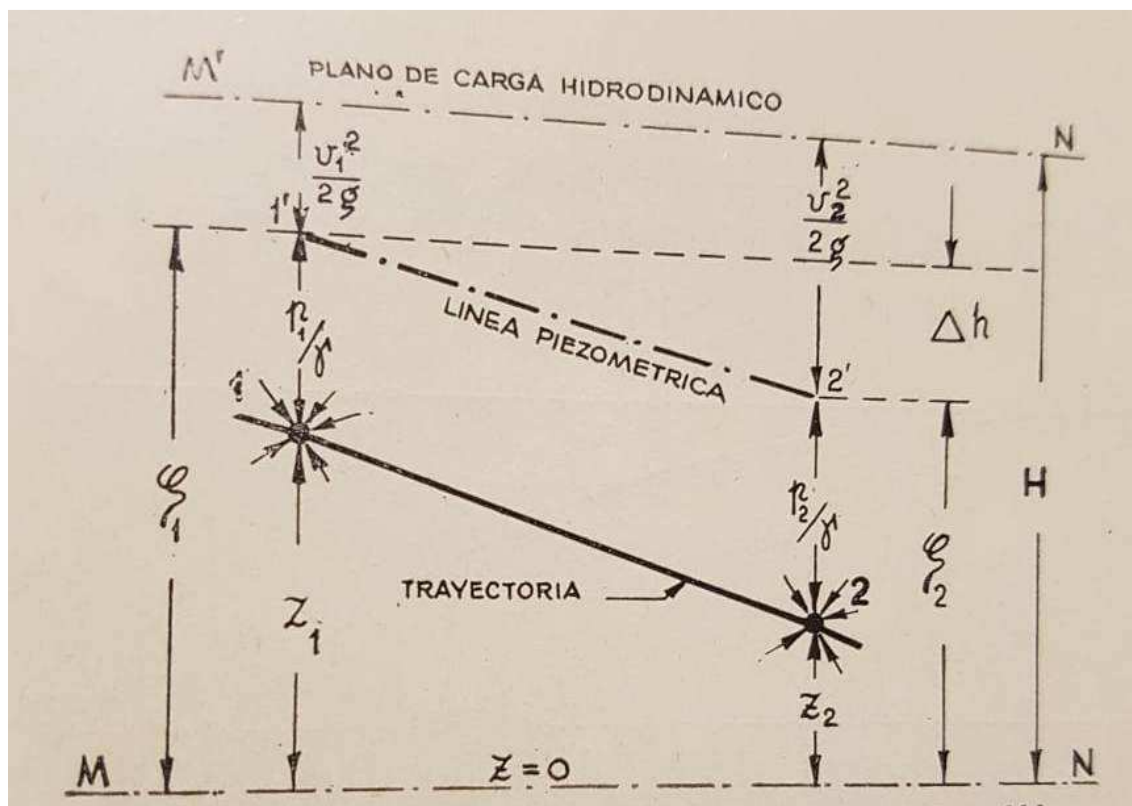
$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = H = \text{cte}$$

Donde:

Z = altura geométrica de la partícula líquida con respecto a un plano de comparación.

$\frac{P}{\gamma}$ = altura representativa de la presión hidrostática que el resto de la masa líquida que rodea a la partícula ejerce sobre la misma.

$\frac{v^2}{2g}$ = altura cinética o altura representativa de la velocidad que posee la partícula



Si sobre las verticales que pasan por los puntos 1 y 2 se toman las **alturas de presión** $\frac{p_1}{\gamma}$ y $\frac{p_2}{\gamma}$ se obtiene la **línea piezométrica**.

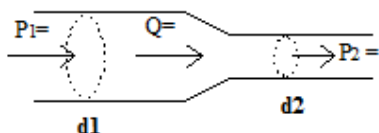
Si a continuación se agregan las alturas cinéticas $\frac{v_1^2}{2g}$ y $\frac{v_2^2}{2g}$ se obtiene el Plano de carga Hidrodinámico que representa el valor de Bernoulli "H".

De la ecuación deducimos:

- A una reducción de altura piezométrica debe corresponder un aumento de la velocidad de la partícula, para aumentar la altura cinética, llegando al plano de carga hidrodinámico.
- Si la velocidad de la partícula disminuye, se reduce la altura cinética y en compensación debe aumentar la altura piezométrica.

ACTIVIDAD 1: PARTE PRÁCTICA

1. Calcular las velocidades v_1 y v_2 de salida del líquido y la presión P_2 , en una cañería, teniendo como datos: $d_1 = 0.30$ m, $d_2 = 0.15$ m, $P_1 = 12000$ kg/m², $Q = 0.03$ m³/seg y el peso específico del agua $\gamma = 1000$ kg/m³. La aceleración $g = 9.81$ m/seg²



Solución:

a) Calculamos las secciones transversales de la cañería:

$$S_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (0,30\text{m})^2}{4} = 0,07 \text{ m}^2$$

$$S_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (0,15\text{m})^2}{4} = 0,017 \text{ m}^2$$

b) Calculamos las velocidades en ambas secciones

$$v_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{0,03 \text{ m}^3/\text{s}}{0,07 \text{ m}^2} = 0,43 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{0,03 \text{ m}^3/\text{s}}{0,017 \text{ m}^2} = 1,76 \text{ m/s}$$

c) Aplicamos Teorema de Bernoulli para calcular la P_2

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$Z_1 = 0$	$Z_2 = 0$
$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{12000 \text{ kg/m}^2}{1000 \text{ kg/m}^3} = 12 \text{ m}$	$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_2 \text{ kg/m}^2}{1000 \text{ kg/m}^3} =$
$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{(0,43 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 0,009 \text{ m}$	$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{(1,76 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 0,158 \text{ m}$

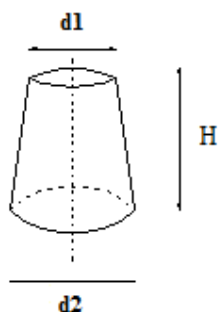
$$0 + 12\text{m} + 0,009\text{m} = 0 + \frac{P_2 \text{ kg/m}^2}{1000 \text{ kg/m}^3} + 0,158 \text{ m}$$

$$(0 + 12\text{m} + 0,009\text{m} - 0,158\text{m}) = \frac{P_2 \text{ kg/m}^2}{1000 \text{ kg/m}^3}$$

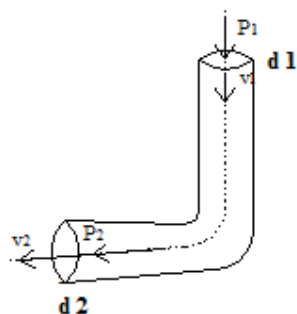
$$11,851 \text{ m} \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 = P_2$$

$$P_2 = 11851 \text{ kg/m}^2$$

2. Calcular las velocidades v_1 y v_2 de salida del líquido y la presión P_2 , teniendo como datos: $H = Z = 2\text{m}$, $d_1 = 1.5\text{m}$, $d_2 = 3\text{m}$, $P_1 = 13000\text{kg/m}^2$, $Q = 60\text{ m}^3/\text{seg}$ y el peso específico del agua $\gamma = 1000\text{kg/m}^3$. La aceleración $g = 9.81\text{ m/seg}^2$.



3. Calcular la velocidad v_2 de salida del líquido, la presión P_2 , y el caudal Q , teniendo como datos: $H = Z = 3\text{m}$, $d_1 = 1.5\text{m}$, $d_2 = 3\text{m}$, $P_1 = 13000\text{kg/m}^2$, $v_1 = 1.5\text{m/s}$ y el peso específico del agua $\gamma = 1000\text{kg/m}^3$. La aceleración $g = 9.81\text{ m/seg}^2$.



ACTIVIDAD 2: PARTE TEÓRICA (Revise las guías anteriores)

1. Defina y dibuje las Líneas de Trayectoria y las Líneas de Corriente.
2. Defina Caudal, coloque su fórmula y unidades.
3. Escriba la ecuación de Bernoulli. Describa que representa cada uno de los términos que la componen.

Director: Téc. Jorge Grosso