

ESCUELA AGROTÉCNICA DE ZONDA**DOCENTE: Maria Gimena Araya Gil****CURSOS: 4°1° y 4°2°****TURNO: Mañana****ÁREA CURRICULAR: Matemática I****TÍTULO DE LA PROPUESTA: Números Reales y Complejos.****CONTENIDOS:**

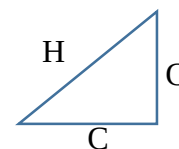
- Representación gráfica de los Números Irracionales.
- Números Reales: Concepto
- Números Complejos: Expresión cartesiana y binómica.

GUÍA DE ACTIVIDADES N°2

Representación en la recta numérica de los Números Irracionales.

Cada número irracional tiene asociado un punto sobre la recta real.

Para representar ese punto en la recta numérica, si el irracional es de la forma $\sqrt{a}$, se debe concurrir al Teorema de Pitágoras: $H^2 = C^2 + C^2$



Representación de $\sqrt{2}$

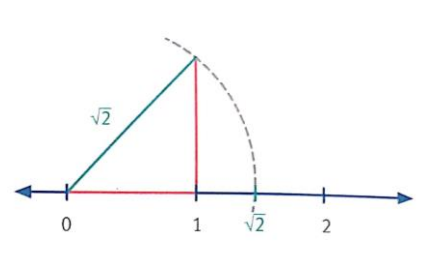
Se determina sobre la recta un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos midan 1. Por lo tanto la hipotenusa es $\sqrt{2}$.

Luego utilizamos el compás, con centro en 0 y con una abertura igual a la hipotenusa, trazamos un arco que corte la recta. El punto de corte del arco del compás sobre la recta representa $\sqrt{2}$.

$$\sqrt{2} = \sqrt{1^2 + 1^2}$$

Desplazamiento hacia arriba

Desplazamiento en la recta real



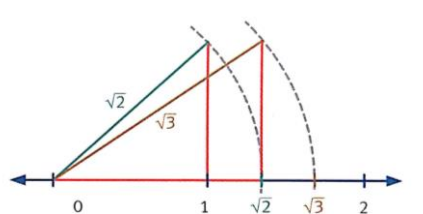
Representación de $\sqrt{3}$

Se determina sobre la recta el triángulo rectángulo cuyos catetos midan 1 y $\sqrt{2}$, respectivamente. Por lo tanto la hipotenusa es $\sqrt{3}$.

Luego utilizamos el compás, con centro en 0 y con una abertura igual a la hipotenusa, trazamos un arco que corte la recta. El punto de corte del arco del compás sobre la recta representa $\sqrt{3}$.

$$\sqrt{3} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2}$$

Desplazamiento hacia arriba Desplazamiento en la recta real



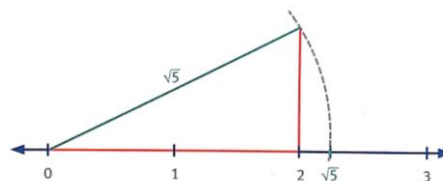
Representación de $\sqrt{5}$

Se determina sobre la recta un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 1 y 2, respectivamente.

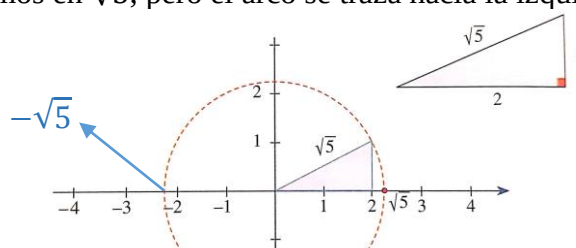
Luego utilizamos el compás, con centro en 0 y con una abertura igual a la hipotenusa, trazamos un arco que corte la recta. El punto de corte del arco del compás sobre la recta representa $\sqrt{5}$

$$\sqrt{5} = \sqrt{1^2 + 2^2}$$

Desplazamiento hacia arriba Desplazamiento en la recta real



Para representar raíces negativas por ejemplo $-\sqrt{5}$ realizamos el mismo triángulo rectángulo que utilizamos en $\sqrt{5}$, pero el arco se traza hacia la izquierda.



De esta manera se puede representar cualquier raíz cuadrada de un número natural, siempre que se elijan convenientemente los catetos del triángulo rectángulo.

Actividad N°1: Representá en la recta numérica los siguientes números.

a) $-\sqrt{5}$

b) $\sqrt{6}$

c) $\sqrt{7}$

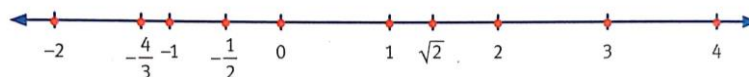
d) $\sqrt{8}$

e) $-\sqrt{10}$

f) $\sqrt{10}$

Números Reales.

El conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$) esta formado por los racionales ($\mathbb{Q}$) y los irracionales ($\mathbb{I}$). Los números reales se grafican sobre una recta denominada recta real. A cada número real le corresponde un punto de la recta y viceversa (propiedad de completitud).

**Números Complejos.**

Si quisiéramos resolver la ecuación $x^2 + 1 = 0$, deberíamos hallar los valores de x tales que, elevados al cuadrado, sean iguales a -1 . Pero sabemos que el cuadrado de cualquier número real es mayor que 0, por lo tanto esa ecuación no tiene solución en el conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$).

Se introduce un nuevo conjunto numérico para que este tipo de ecuaciones tenga solución, es el conjunto $\mathbb{C}$ de los **Números Complejos**.

Definimos el número i , al que llamamos **unidad imaginaria cuyo cuadrado es -1** .

$$i^2 = -1$$

Dicho número es la **unidad imaginaria** en el conjunto de los números complejos.

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a \quad \left\{ \begin{array}{l} i^2 = -1 \Leftrightarrow i = \sqrt{-1} \\ (-i)^2 = (-1)^2 \cdot i^2 = 1 \cdot i^2 = 1 \cdot -1 = -1 \\ \Downarrow \\ (-i)^2 = -1 \Leftrightarrow -i = \sqrt{-1} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Reemplazo por } i^2 = -1 \end{array}$$

Entonces: $i = \pm\sqrt{-1}$

La ecuación $x^2 + 1 = 0$ no se podía resolver, entonces:

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = -1$$

$$x = \sqrt{-1}$$

$$x = \pm i$$

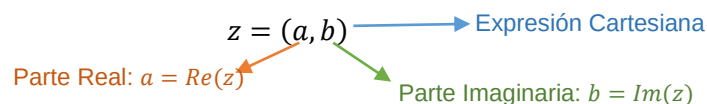
$$\sqrt{-4} = \sqrt{4 \cdot (-1)} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = \pm 2 \cdot i$$

Los números complejos suelen designarse con la letra z y pueden expresarse en forma binómica y cartesiana.

Expresión Cartesiana de un número complejo.

Se define al conjunto de los números complejos $\mathbb{C}$ como: $\mathbb{C} = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 : a \in \mathbb{R} \wedge b \in \mathbb{R}\}$

A cada número complejo le corresponde un punto del plano



Por ejemplo:

$$z = (4, 3) \quad Re(z) = 4 \quad Im(z) = 3$$

$$z = \left(-\frac{1}{3}, -2\right) \quad Re(z) = -\frac{1}{3} \quad Im(z) = -2$$

✓ Todos los números de la forma **$(a, 0)$ son números reales.**

Por ejemplo: $(3, 0) = 3$ $(-2, 0) = -2$ $(\sqrt{5}, 0) = \sqrt{5}$

✓ Todos los números de la forma **$(0, b)$ son números imaginarios puros.**

Por ejemplo: $(0, 2) = 2i$ $(0, -4) = -4i$ $\left(0, \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}i$ $(0, 1) = i$

Expresión Binómica de un número complejo.

Cualquier número complejo puede ser representados por medio de una expresión con dos términos. A este modo de representación se lo llama *forma binómica*.

Para multiplicar un número complejo por un escalar, se multiplica cada componente del complejo por escalar.

$$z = (a, b) = (a, 0) + (0, b) = a \cdot (1, 0) + b \cdot (0, 1) = a \cdot 1 + b \cdot i = \boxed{a + bi} \longrightarrow \text{Forma Binómica}$$

Actividad N°2: Completá el cuadro.

Número Complejo z	Parte Real Re(z)	Parte Imaginaria Im(z)
$5 + 3i$		
	2	8
	-4	$-\frac{2}{3}$
	1	-3
$2 - \sqrt{3}i$		
$5i$		
	0	4
4		

Actividad N°3: Indicá cuáles de los números complejos de la actividad N°2 son:

- a) Reales:
- b) Imaginarios Puros:

Actividad N°4: Expresá en forma binómica los siguientes números complejos expresados en forma cartesiana.

a) $z = (2, -5)$

d) $z = (6, 0)$

b) $z = (-3, 8)$

e) $z = \left(\frac{8}{7}, -1\right)$

c) $z = \left(0, -\frac{2}{5}\right)$

f) $z = (1, 1)$

Actividad N°5: Expresá en forma cartesiana los siguientes números complejos expresados en la forma binómica.

a) $z = -4 + 3i$

d) $z = -i$

b) $z = 10i$

e) $z = -3$

c) $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}i$

f) $z = \frac{7}{5} + i$

Director: Sergio Murúa.