

- Escuela: Agrotecnica Los Pioneros.
- Docente: Profesora Maira Blanco.
- Año: 5º 1º
- Turno: Tarde
- Área Curricular: Matemática.
- Título de la propuesta: Revisión de factorización de polinomios.
- Contenido seleccionado:

Los contenidos corresponden a la Unidad N°1:

-Polinomios: Revisión de casos de factorización y expresiones algebraicas fraccionarias.

- Desarrollo de actividades.

Revisión de lo estudiado en estas dos semanas.

LOS EJERCICIOS QUE SE PROPONEN A CONTINUACIÓN DEBERÁN SER COPIADOS Y RESUELTOS EN EL CUADERNO.

SE PEDIRÁ Y CORREGIRÁ LOS MISMO LA PRIMERA CLASE QUE NOS REENCONTREMOS.

Actividades:

1. Resolver los ejercicios de tarea de la última clase.
2. Leer y copiar SOLAMENTE LOS EJERCICIOS en el cuaderno

Revisión de factorización de polinomios.

Factorizar un polinomio es transformarlo en el producto de su coeficiente principal por uno o más polinomios primos de coeficiente principal igual a 1.

Un polinomio $P(x)$ es primo cuando no se puede descomponer en el producto de polinomios de menor grado que él.

La factorización es necesaria para las simplificaciones y para la resolución de ecuaciones. El objeto final es que, siempre que se pueda, los factores en que se descompone un polinomio sean de primer grado. El problema radica en que, así como teníamos un método general para descomponer los enteros en producto de factores primos, no existe tal método con los polinomios.

Factorización de un polinomio por medio de sus raíces:

Recordaremos el concepto de raíz y el Teorema Fundamental del Álgebra estudiados en años anteriores:

Raíces de un polinomio.

Un número real a es una raíz (real) de $P(x)$ si el valor del polinomio en a da 0.

Esto es: $x = a$ es raíz de $P(x)$ si y solo si $P(a) = 0$.

Ejemplo

$x = 1$ es raíz de $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ porque $P(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 - 1 + 3 = 0$

Para factorizar utilizaremos el siguiente resultado:

Teorema Fundamental del Álgebra.

Todo polinomio de grado n , con n raíces reales, puede ser factorizado como:

$$P(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots + cx + d = a(x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_n)$$

Ejemplo.

El polinomio $P(x) = x^2 - x - 6$ tiene como raíces: $x_1 = 3$ y $x_2 = -2$, entonces el polinomio puede escribirse como:

$$P(x) = x^2 - x - 6 = (x - x_1)(x - x_2) = (x - 3)(x + 2)$$

Cálculo de la raíz y factorización de un polinomio de primer grado.

Si un polinomio es de primer grado o de grado 1 es de la forma $P(x) = ax + b$, su única raíz se obtiene resolviendo la ecuación $ax + b = 0$, es decir $x = -\frac{b}{a}$

Ejemplo: Determine la raíz del polinomio $P(x) = 2x - 4$

Planteamos la ecuación: $2x - 4 = 0$

despejando x : $x = 2$

La única raíz real de este polinomio es 2

El polinomio $P(x)$ queda factorizado de la siguiente manera:

$$P(x) = 2 \cdot (x - 2)$$

Cálculo de la raíz y factorización de un polinomio de segundo grado.

Las raíces de un polinomio de 2º grado $P(x) = ax^2 + bx + c$ son las soluciones o raíces de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$.

Ejemplo : Sea $P(x) = 3x^2 - 6x - 9$. Resolvemos la ecuación $3x^2 - 6x - 9 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 108}}{6} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

El polinomio $P(x)$ queda factorizado de la siguiente manera:

$$P(x) = 3 \cdot (x - 3) \cdot (x + 1)$$

Cálculo de la raíz y factorización de un polinomio de grado mayor a 2.

Ejemplo: Determinar las raíces de $P(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$.

- Para hallar las posibles raíces enteras de $P(x)$ se debe considerar el conjunto de divisores del término independiente 6: $\{-1, 1, -2, 2, -3, 3, -6, 6\}$.
- Se prueba cuáles de esos divisores son raíces de $P(x)$.

$$P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - (-1)^2 - 7 \cdot (-1) + 6 = 10 \neq 0, \text{ por lo tanto } -1 \text{ no es raíz de } P(x).$$

$$P(1) = 2 \cdot 1^3 - 1^2 - 7 \cdot 1 + 6 = 0, \text{ por lo tanto } x_1 = 1 \text{ es raíz de } P(x).$$

- $P(x)$ es divisible por $x - 1$. Aplicando la Regla de Ruffini se obtiene:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -1 & -7 & 6 \\ 1 & & 2 & 1 & -6 \\ \hline & 2 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$C(x) = 2x^2 + x - 6$$

$$P(x) : (x - 1) = 2x^2 + x - 6$$

$$P(x) = (x - 1) \cdot (2x^2 + x - 6)$$

- Se determinan las raíces de $C(x) = 2x^2 + x - 6$.

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{1 + 48}}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x_3 = \frac{-1 - \sqrt{1 + 48}}{4} = -2$$

Las raíces de $P(x)$ son: $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{3}{2}$ y $x_3 = -2$.

El polinomio factorizado resulta: $P(x) = 2 \cdot (x - 1) \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) \cdot (x + 2)$.

1.
factorice.

Halle las raíces y

- a) $P(x) = 3x - 9$
 b) $Q(x) = x^2 - 3x - 10$
 c) $R(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$
 d) $V(x) = -2x^3 + 4x^2 + 2x - 4$

Factor Común.

Cuando en un polinomio $P(x)$, la variable x figura en todos los términos, se la extrae como factor común elevada al menor exponente. También se extrae como factor común el número que aparezca como factor en todos los términos.

Luego, se divide cada término del polinomio por el factor común.

Ejemplo: Sea $P(x) = 4x^2 + 20x^3 - 8x^4$.

El factor común que aparece en todos los términos es $4x^2$ y el polinomio dado puede expresarse como:

$$P(x) = 4x^2 \cdot (1 + 5x - 2x^2)$$

2. Factorice aplicando factor común.

- | | |
|-------------------------------------|--|
| a) $21x + 35x^4 - 14 =$ | g) $x^7 + 5x =$ |
| b) $15x^3 - 20x^2 + 5x =$ | h) $x^6 - x^3 + x^5 =$ |
| c) $12x^2 - 4x^3 + 20x^4 =$ | i) $24x^5 + 18x^4 - 30x^2 =$ |
| d) $x^5 - x^2 + x^4 =$ | j) $\frac{15}{16}x^4 - \frac{21}{40}x^3 - \frac{9}{28}x =$ |
| e) $24x^2 + 16x - 40x^4 + 32x^6 =$ | |
| f) $-6x^3 + 9x^5 - 24x^6 + 30x^4 =$ | |

Diferencia de cuadrados.

Se recuerda que una diferencia de cuadrados puede expresarse como producto del siguiente modo:

$$x^2 - a^2 = (x + a) \cdot (x - a)$$

Ejemplos:

- $x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x + 5) \cdot (x - 5)$
- $x^4 - 36 = (x^2)^2 - 6^2 = (x^2 + 6) \cdot (x^2 - 6)$
- $x^2 - 6 = x^2 - (\sqrt{6})^2 = (x + \sqrt{6}) \cdot (x - \sqrt{6})$

3. Factorice las siguientes diferencias de cuadrados.

- a) $x^2 - 1 =$
 b) $x^6 - 100 =$
 c) $25 - x^4 =$
 d) $121 - 9x^6 =$

- e) $36x^8 - 1 =$
- f) $x^{10} - 64 =$
- g) $81x^{12} - 49 =$
- h) $9 - 64x^6 =$
- i) $\frac{16}{25}x^2 - 1 =$
- j) $4x^{20} - 1 =$

Trinomio Cuadrado Perfecto.

La expresión factorizada de un trinomio cuadrado perfecto es el cuadrado de un binomio.

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$$

Un trinomio cuadrado perfecto consta de tres términos que cumplen las siguientes condiciones:

- ☐ Dos de los términos son cuadrados perfectos.
- ☐ El término restante es el duplo del producto de las bases de los cuadrados perfectos. Si este término es negativo, entonces es negativo uno de los términos del binomio.

Ejemplo: $H(x) = x^2 - 10x + 25$ es un trinomio cuadrado perfecto porque:

- ✓ El primer término es el cuadrado de x .
- ✓ El tercer término es el cuadrado de 5 .
- ✓ El segundo término es $-2 \cdot 5 \cdot x$.

El trinomio cuadrado perfecto queda factorizado como:

$$H(x) = x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$$

4. Factorice los siguientes trinomios cuadrados perfectos:

- a) $x^2 + 18x + 81 =$
- b) $9x^2 - 30x + 25 =$
- c) $4x^2 - 24x + 36 =$
- d) $x^4 + 4x^2 + 1 =$
- e) $49 - 42x + 9x^2 =$
- f) $x^4 + x^2 + 2x^3 =$
- g) $2x^4 + x^6 + x^2 =$
- h) $x^2 - 2x + 1 =$
- i) $4x^2 - 4x + 1 =$
- j) $x^6 + 4x^3 + 4 =$

Casos combinados

En algunos polinomios se deben aplicar varias veces los distintos casos de factorización hasta que los factores de los mismos sean primos.

IMPORTANTE



Si se puede sacar **FACTOR COMÚN**, es el primer paso que se debe realizar, y luego analizar si a algunos de los factores se los puede seguir descomponiendo en nuevos factores.

Por ejemplo:

- a) $P(x) = x^4 - 2x^3 + x^2$
 $= x^2 \cdot (x^2 - 2x + 1) \dots \dots \dots \text{Factor Común}$
 $= x^2 \cdot (x - 1)^2 \dots \dots \dots \text{Trinomio cuadrado perfecto}$
- b) $Q(x) = 8x^2 - 32$
 $= 8 \cdot (x^2 - 4) \dots \dots \dots \text{Factor Común}$
 $= 8 \cdot (x - 2) \cdot (x + 2) \dots \dots \dots \text{Diferencia de cuadrados}$

5. Factorice los siguientes polinomios combinando casos.

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| a) $3x^3 + 12x^2 + 12x =$ | i) $3x^3 + 6x^2 - 3x - 6 =$ |
| b) $x^4 - 2x^3 + x^2 =$ | j) $x^4 - 8x^2 + 16 =$ |
| c) $2x^4 - 18x^2 =$ | k) $x^4 - 81 =$ |
| d) $2x^4 + 4x^2 - 8x =$ | l) $x^4 - 18x^2 + 81 =$ |
| e) $2x^5 - 8x^4 =$ | m) $2x^2 - 32 =$ |
| f) $3x^4 - 27 =$ | n) $20x^3 - 60x^2 + 45x =$ |
| g) $-4 + 2x^2 + 2x =$ | o) $125x^3 + 5x^5 - 50x^4 =$ |
| h) $2x^5 + 8x^4 - 10x^3 =$ | p) $4x^2 - 24x + 32 =$ |

Directora de la Escuela Agrotecnica Los Pioneros: Profesora Margarita Ortiz