GUÍA N°4: Función Lineal y SEL. Métodos de Resolución.

FinEs III: Trayecto secundario completo

Escuela Castelli CENS zona oeste 700107700

Docente: Cowper, María Marta

Área Curricular: Matemática.

- Contenido Seleccionado
  - Función Lineal
  - Sistema de Ecuaciones lineales de dos incógnitas
  - Métodos de resolución

- Desarrollo de Actividades
  - Compresión del concepto de función lineal.
  - Identificación de los elementos: pendiente y ordenada al origen.
  - Deducción de la expresión lineal a través de sus elementos.
  - Comprensión del concepto de SEL
  - Aplicación del Método gráfico.
  - Aplicación del Método algebraico.
  - Resolución de problemas mediante SEL y métodos vistos.

- Recursos Propuestos

Recurso 1: "¿Qué es LA FUNCIÓN LINEAL? l Explicación sencilla l La pendiente l Ejemplos l Gráfica" https://www.youtube.com/watch?v=PnATAsxu_oo

Recurso 2: Sistemas de ecuaciones lineales 2x2 | Método de Sustitución | Ejemplo 1

https://www.youtube.com/watch?v=LTfv1G2iYuQ

Vamos a retomar en esta guía el concepto de función lineal y estudiarla mas en profundidad.

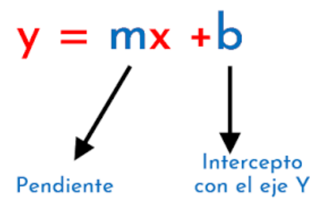
FUNCIÓN LINEAL

Una función lineal es una función cuyo dominio son todos los números reales, cuya imagen también todos los números reales, y cuya expresión analítica es **un polinomio de primer grado**.

La función lineal se define por la ecuación $f(x) = mx + b$ ó $y = mx + b$

en donde m es la pendiente de la recta

y b es la ordenada (el intercepto con el eje Y)



Veamos unos ejemplos,

f(x) = 3x + 2 y = - x + 7 y = 4

Teniendo en cuenta : $y = mx + b$

$f(x) = \underbrace{3}_{m}x + \underbrace{2}_{b}$ $\quad$ $y = \underbrace{-}_{m}x + \underbrace{7}_{b}$ $\quad$ $y = 4$

$m = 3$, $b = 2$ $\quad$ $m = -1$, $b = 7$ $\quad$ $y = \underbrace{0x}_{m} + \underbrace{4}_{b}$

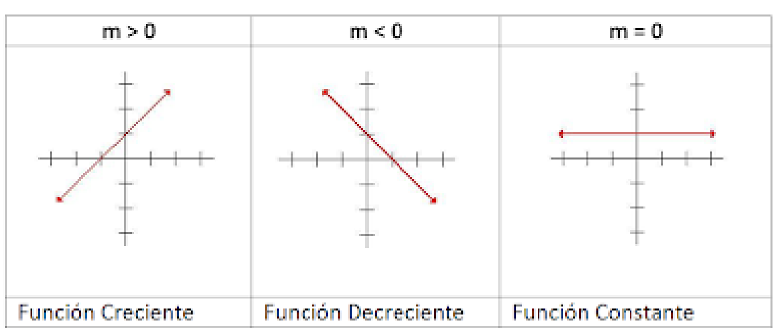
$m = 0$ $\quad$ $b = 4$

Estudiemos los elementos de estas funciones lineales:

- **Pendiente: m**

De acuerdo al valor que tome la pendiente, la función lineal puede ser de tres maneras:

Si **m>0** (un número positivo), entonces la función será creciente.
Si **m<0** (un número negativo), la función será decreciente.
Si **m=0** entonces la función lineal se dirá constante.



En los ejemplos vistos, analicemos sus pendientes:

$f(x) = 3x + 2$	$y = -x + 7$	$y = 4$
$m=3$, $b=2$	$m=-1$, $b=7$	$y = \underbrace{0}_{m}x \underbrace{+4}_{b}$
$3>0$	$-1 < 0$	$m=0$ $b=4$
Creciente	Decreciente	Constante

- **Ordenada al origen: b**

  El valor b indica el valor donde la recta corta el eje de las Y. Si no aparece en la expresión significa que su valor es b=0, y por lo tanto la recta pasará por el origen de coordenadas.

Actividad 1:

Represente gráficamente las funciones indicadas en los ejemplos. (Armar tabla de valores y gráfico) e indique en cada uno el valor de b (intersección con el eje Y)

Actividad 2:

Sea H la recta de pendiente -1 y ordenada -3.

a) Escriba la ecuación de H
b) Grafique.

<u>SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES</u>

Hasta ahora hemos trabajado con situaciones en las cuales una sola ecuación permite expresar la condición que presenta el problema.

En muchos casos nos encontraremos con situaciones que plantean mas de una condición, es decir, necesitaremos mas de una ecuación, y de esta manera se forma un **Sistema de ecuaciones**.

En este curso veremos sistemas de ecuaciones lineales (lo llamaremos SEL) con dos incógnitas.

<u>Ejemplo:</u>

La suma de dos números es 12, y su diferencia es 6. Cuáles son esos números?

1° paso: Identifico quienes son las incógnitas, en este caso son dos números desconocidos a los que llamaremos x e y .

2° paso: Identifico condiciones: $\begin{cases} -\text{que suman } 12 \\ -\text{que su diferencia (la resta entre ellos) es } 6 \end{cases}$

3° paso: Expresamos cada condición por medio de una ecuación de la siguiente manera:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

La solución de este tipo de problemas son los pares de valores que cumplen las dos condiciones simultáneamente.

Una manera es hallar quiénes son los pares que verifican la primer ecuación (que la suma es 12) y después ver cuáles de ellos cumplen la segunda condición (que su diferencia es 6).

Como la diferencia es un número positivo, el valor de x debe ser mayor que el valor de y.

Podemos armar una tabla, en la tercer columna suman 12 y en la cuarta muestra cuál es la resta entre ellos.

Podemos observar que cuando $x=9$ e $y=3$, se cumplen las dos condiciones que nos piden.

x	y	x + y	x - y
7	5	12	2
8	4	12	4
8.5	3.5	12	5
9	3	12	6
10	2	12	8
11	1	12	10
12	0	12	12
13	-1	12	14

A continuación veremos dos métodos que son más prácticos para hallar la solución a este tipo de problemas.

1) **Resolución gráfica de SEL**

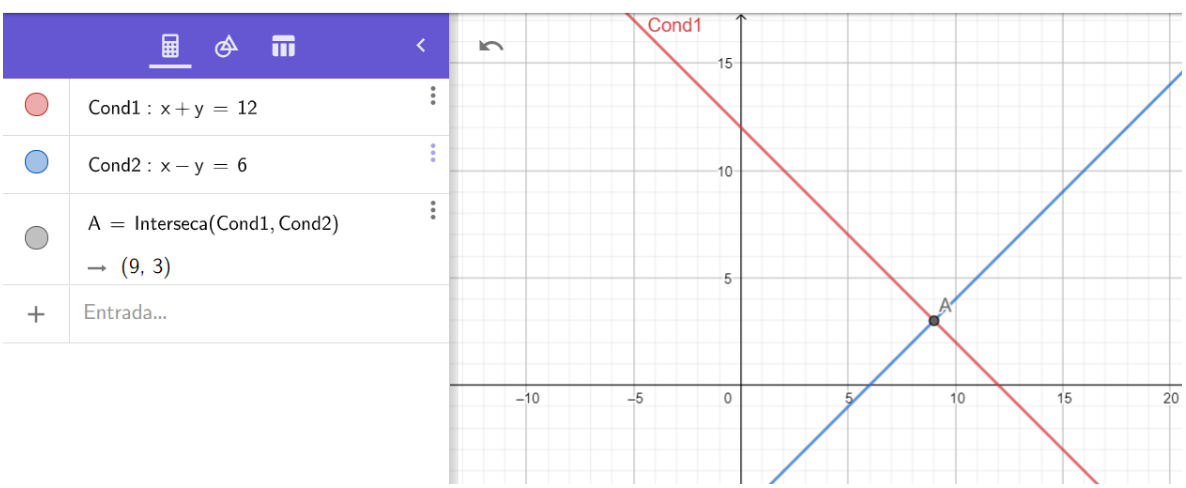
Observemos el sistema $\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=6 \end{cases}$

Método:

1. Hallar la expresión lineal en función de x:

$$\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=6 \end{cases} \longrightarrow x - 6 = y \longrightarrow \begin{cases} y = 12 - x \\ y = x - 6 \end{cases}$$

2. Trazar en un mismo sistema de ejes las dos rectas y hallar los puntos de intersección.



Las soluciones son las coordenadas x e y de los puntos de intersección.

El punto *A=(9,3)* es la intersección de las dos rectas (pertenece a ambas rectas)

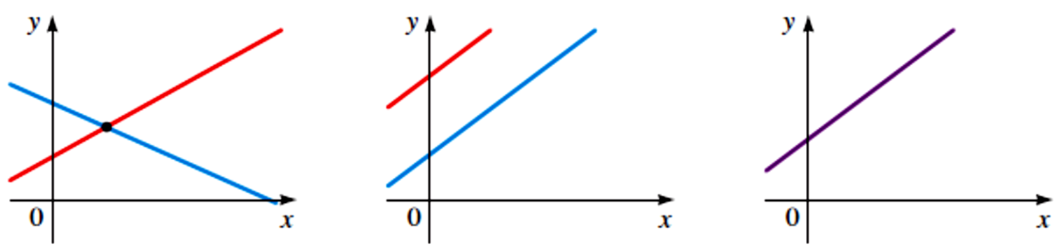
Podemos verificar este resultado sustituyendo la ***x por 9*** y la ***y por 3*** en las dos ecuaciones que forman el sistema:

$x + y = 12$	$x - y = 6$
$9 + 3 = 12$	$9 - 3 = 6$

NÚMERO DE SOLUCIONES DE UN SISTEMA LINEAL CON DOS INCÓGNITAS

La gráfica de un sistema lineal con dos incógnitas es un par de rectas, de modo que, para resolver gráficamente el sistema, debemos hallar los puntos de intersección de las rectas.

Dos rectas pueden cruzarse en un solo punto o pueden ser paralelas o pueden coincidir:



(a) Las rectas se cruzan en un solo punto. El sistema tiene una solución.

(b) Las rectas son paralelas y no se cruzan. El sistema no tiene solución.

(c) Las rectas coinciden; las ecuaciones son para la misma recta. El sistema tiene un infinito de soluciones.

Por lo tanto, hay tres posibles resultados para resolver el sistema.

1. El sistema tiene exactamente **una solución**.

2. El sistema **no tiene solución**.

3. El sistema tiene un número **infinito** de soluciones.

Actividad 3

Resuelva por método gráfico los siguientes sistemas. ¿Todos tienen solución?

a) $\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 4y = 12 \\ x + y = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 5x - 10y = 5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x - y = 5 \\ 3y - 12x = 9 \end{cases}$

2) Resolución Algebraica de SEL

Además del método gráfico, hay varios métodos algebraicos que permiten obtener la solución de un sistema sin necesidad de recurrir a la representación gráfica.

Veremos el **Método de Sustitución**, este método consiste en:

1. Despejar una incógnita. Escoja una ecuación y despeje una incógnita en términos de la otra.

2. Sustituir. Sustituya la expresión hallada en el Paso 1 en la otra ecuación, para obtener una ecuación con una incógnita y, a continuación despeje esa incógnita.

3. Sustituir a la inversa. En la expresión hallada en el Paso 1, sustituya el valor hallado en el Paso 2 para despejar la incógnita restante.

Sea el sistema: $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 6 \end{cases}$

1. Despejar una incógnita: En la primera ecuación, seleccionamos ´y´ y la despejamos, obteniendo la siguiente ecuación.

$$y = 12 - x$$

2. Sustituir: Sustituimos la incógnita ´y´ hallada, en la otra ecuación, así obtenemos una ecuación donde la única incógnita sea la ´x´.

$$\boldsymbol{x - (12 - x) = 6 \ \rightarrow \ x - 12 + x = 6 \ \rightarrow 2x - 12 = 6 \ \rightarrow \ 2x = 6 + 12 \ \rightarrow \ x = 18:2 \ \rightarrow x = 9}$$

3. Sustituir a la inversa: Obtuvimos el resultado **x=9** y ahora lo sustituimos en la ecuación del paso 1:

$$\boldsymbol{y = 12 - x \ \rightarrow \ y = 12 - 9 \ \rightarrow \ y = 3}$$

Solución: entonces, la solución es x=9 y y=3

Es preciso que miren con atención en youtube los videos de los Recursos propuestos

Actividad 4

Aplicando método de sustitución, encuentre las soluciones de los sistemas:

a) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = 14 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 5x + 2y = 22 \end{cases}$

Actividad 5

Plantee el sistema de ecuaciones que permite resolver el problema y resuelva con el método que crea conveniente.

a) Encuentre dos números tales que su suma sea 40 y su diferencia 14.
b) Analía quiere aprovechar una oferta de botones. El paquete de botones blancos cuesta $15 y el de botones negros $10. Si con $180 compré en total 14 paquetes, ¿Cuánto gastó en botones blancos?
c) Juana y Nacho hacen paletas de chocolate para vender. La materia prima necesaria para hacer una aleta grande les cuesta $5 y para una paleta chica $3. Si disponen de $570 y quieren hacer 150 paletas, ¿Cuántas paletas chicas y cuántas paletas grandes podrán hacer?