Escuela: Bachillerato José Manuel Estrada

Docente: Gremoliche Patricia

Área Curricular: Matemática

Título de la propuesta: Sistemas de ecuaciones. Clasificación. Resolución gráfica y analítica, método de igualación y sustitución.

Existen diversos tipos de sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas. La razón de esto es porque cada ecuación lineal de dos variables, puede ser representada por una recta en el plano, y si son dos ecuaciones entonces tenemos a dos rectas, las cuales pueden aparecer de las siguientes tres maneras:

* Dos rectas que se cortan en un solo punto
* Dos rectas que coinciden en una infinidad de puntos
* Dos rectas que son paralelas, no coinciden en ningún punto

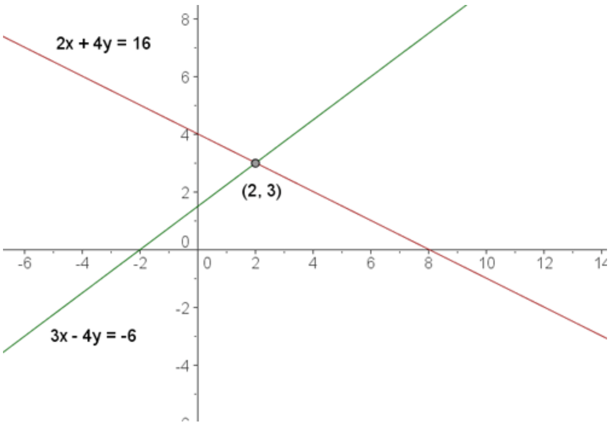
Debido a estas razones, es necesario clasificar a los sistemas de ecuaciones, ya que cada uno presenta diferente situación.

<u>Tipos de sistemas:</u>

Sistema compatible determinado: este sistema, es aquel que tiene una única solución, es decir, las dos rectas se cortan en un sólo punto del plano.

$$\begin{cases} 3x - 4y & = & -6 \\ 2x + 4y & = & 16 \end{cases}$$

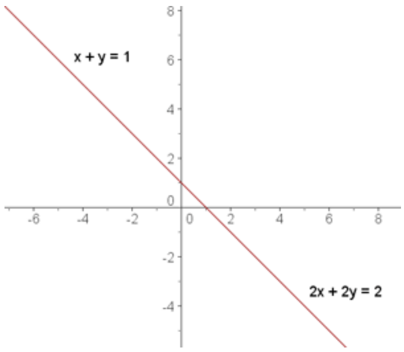
Gráficamente la solución es el punto de corte (intersección) de las dos rectas.



Sistema compatible indeterminado: la característica principal de este sistema es que tiene infinitas soluciones, en otras palabras, las dos rectas tienen la misma gráfica, significa que cualquier punto de una recta también será de la otra, de ahí que existan infinitas soluciones.

$$\begin{cases} x + y & = & 1 \\ 2x + 2y & = & 2 \end{cases}$$

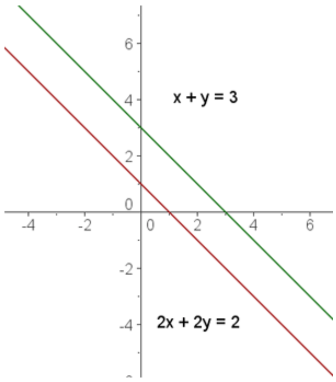
Gráficamente obtenemos dos rectas coincidentes. Cualquier punto de la recta es solución.



Sistema incompatible: aquí ambas rectas son paralelas, no hay puntos en común, significa que no tiene solución el sistema

$$\begin{cases} x + y & = & 3 \\ 2x + 2y & = & 2 \end{cases}$$

Gráficamente obtenemos dos rectas paralelas.



<u>Resolución de sistemas de ecuaciones:</u>

Los sistemas de ecuaciones se resuelven gráficamente, o sea representando la ecuación de las rectas y analíticamente a través de dos métodos diferentes: por igualación y por sustitución. La solución tanto gráfica como analíticamente de un mismo sistema siempre es la misma, lo resuelva por cualquier método que elijan.

Método gráfico: se despeja de cada una de las ecuaciones la variable Y, para que así quede una función afín (vista en la guía anterior) y así poderlas graficar mediante tablas o por pendiente y ordenada (vistos en guía anterior).

Método de sustitución

1 Se despeja una incógnita en una de las ecuaciones.

2 Se sustituye la expresión de esta incógnita en la otra ecuación, obteniendo una ecuación con una sola incógnita.

3 Se resuelve la ecuación.

4 El valor obtenido se sustituye en la ecuación en la que aparecía la incógnita despejada.

5 Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

Método de igualación

1 Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones.

2 Se igualan las expresiones, con lo que obtenemos una ecuación con una incógnita.

3 Se resuelve la ecuación.

4 El valor obtenido se sustituye en cualquiera de las dos expresiones en las que aparecía despejada la otra incógnita.

5 Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

Ejemplo de sistema de ecuaciones resuelto por el método de igualación

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

1 Despejamos, por ejemplo, la incógnita x de la primera y de la segunda ecuación:

$$x = 16 - 4y \qquad x = \frac{16 - 4y}{2}$$

$$3x - 4y = -6 \qquad 3x = -6 + 4y \qquad x = \frac{-6 + 4y}{3}$$

2 Igualamos las expresiones:

$$\frac{-6 + 4y}{3} = \frac{16 - 4y}{2}$$

3 Resolvemos la ecuación:

$$(2) \cdot (-6 + 4y) = (3) \cdot (16 - 4y)$$

$$-12 + 8y = 48 - 12y$$

$$8y + 12y = 48 + 12$$

$$20y = 60$$

$$y = \frac{60}{20}$$

$$y = 3$$

4 Sustituimos el valor de y, en cualquiera de las 2 ecuaciones (en cualquiera de las 2, el resultado debe ser el mismo):

$$3x - 4 \cdot 3 = -6 \qquad 2x + 4 \cdot 3 = 16$$

$$3x - 12 = -6 \qquad 2x = 16 - 12$$

$$3x = -6 + 12 \qquad x = \frac{4}{2}$$

$$x = \frac{6}{3} \qquad x = 2$$

$$x = 2$$

5 Solución: $y = 3$ $x = 2$ (2;3), en ese punto es donde se cortan las rectas gráficamente.

Ejemplo de resolución de un sistema de ecuaciones por sustitución

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

1. Despejamos una de las incógnitas en una de las dos ecuaciones del sistema. Elegimos la incógnita que tenga el coeficiente más bajo.

$2x = 16 - 4y$ $x = 8 - 2y$

2. Sustituimos en la otra ecuación la variable x, por el valor anterior:

$3(8 - 2y) - 4y = -6$

3. Resolvemos la ecuación obtenida:

$24 - 6y - 4y = -6$ $-10y = -30$ $y = 3$

4. Sustituimos el valor obtenido en la variable despejada.

$x = 8 - 2 \cdot 3 = 8 - 6$ $x = 2$

5. Solución: $x = 2,\ y = 3$ (2;3) ese es el punto donde se cortan las rectas gráficamente.

Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$$

Resolver utilizando los métodos de sustitución, igualación, y gráficamente el sistema:

Por sustitución

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$$

1. **Despejamos** la x en la segunda ecuación

$3x = -4y$ $x = \dfrac{-4y}{3}$

2. **Sustituimos** en la otra ecuación la variable x, por el valor anterior:

$$2 \cdot \left(-\frac{4y}{3}\right) + 3y = -1$$

3. **Resolvemos la ecuación** obtenida:

$\dfrac{-8y}{3} + 3y = -1$ $-8y + 9y = -3$ $y = -3$

4. **Sustituimos el valor** obtenido en la variable despejada

$x = \frac{-4 \cdot (-3)}{3}$ $\quad$ $x = 4$

5. **Solución:** **x = 4** **y = −3** **(4;-3)**

Por igualación

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$$

1 **Despejamos** la incógnita **x** de la primera y segunda ecuación:

$3x = -4y$ $\quad$ $x = \frac{-4y}{3}$

$2x = -1 - 3y$ $\quad$ $x = \frac{-1 - 3y}{2}$

2 **Igualamos** ambas expresiones:

$$\frac{-1 - 3y}{2} = \frac{-4y}{3}$$

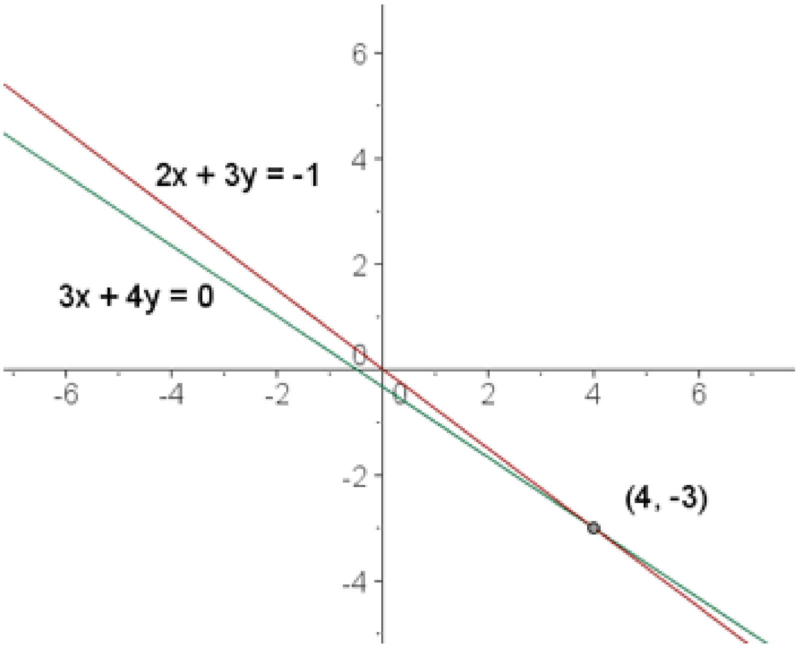
3 **Resolvemos** la ecuación:

$3(-1 - 3y) = 2(-4y)$ $\quad$ $-3 - 9y = -8y$ $\quad$ $y = -3$

4. **Sustituimos el valor** obtenido en la variable despejada.

$x = \frac{-4 \cdot (-3)}{3}$ $\quad$ $x = 4$

5. **Solución:** **x = 4** **y = −3** **(4;-3)**



Ejercicios de sistemas de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases}$$

Por sustitución:

$3x = 7 - 2y \qquad x = \dfrac{7-2y}{3} \qquad 4\left(\dfrac{7-2y}{3}\right) - 3y = -2; \qquad \dfrac{28-8y}{3} - 3y = -2$

$28 - 8y - 9y = -6; \qquad -17y = -34; \qquad y = 2$

$x = \dfrac{7-2\cdot 2}{3} \qquad x = 1$

Por igualación:

$3x = 7 - 2y \qquad x = \dfrac{7-2y}{3} \qquad 4x = -2 + 3y \qquad x = \dfrac{-2+3y}{4}$

$4(7-2y) = 3(-2+3y) \qquad 28 - 8y = -6 + 9y \quad 28 + 6 = 9y + 8y \qquad 34 = 17y \qquad y = 2$

$x = \dfrac{7-2\cdot 2}{3} \qquad x = 1$

Gráficamente: