GUÍA N°4

ESCUELA: Escuela Secundaria Segundino J. Navarro.

DOCENTE: Profesor José González

CURSO: 2°2°

ÁREA CURRICULAR: Matemática

TURNO: Mañana

TÍTULO DE LA PROPUESTA: Potenciación y radicación de números enteros. Operaciones combinadas.

POTENCIACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

DEFINICIÓN: Se llama potencia enésima de un número entero "x" siendo "n" un número natural, al producto de n factores iguales a x.

En símbolos: $\mathrm{x}^{\mathrm{n}} = \underbrace{\mathrm{x.x.x.} \ldots \mathrm{x}}_{\text{n-veces}}$ x es la base, n es el exponente y x^n se llama potencia.

EJEMPLOS:

a) $3^2 = 3x3 = 9$ b) $2^3 = 2x2x2 = 8$

c) $(-4)^2 = (-4).(-4) = 16$ d) $(-5)^3 = (-5).(-5.).(-5) = -125$

Regla de los signos de la potenciación:

1°) Toda potencia de exponente par es positivo. (Ejemplos a) y c))

2°) Toda potencia de exponente impar tiene el signo de la base (Ejemplo b) y d))

POTENCIAS ESPECIALES

1°) La potencia primera de un número entero es igual a la base.

$$a^1 = a; 2^1 = 2; 3^1 = 3;\ 4^1 = 4; \ldots$$

2°) La potencia cero de un número entero, distinto de cero, es igual a 1.

$$a^0 = 1; 1^0 = 1;\ 2^0 = 1;\ 3^0 = 1; \ldots$$

3°) Todas las potencias del número 1 son iguales a 1.

$1^n = \underbrace{1x1x1x \dots x1}_{\text{n-veces}} = 1$ Entonces $1^0 = 1; 1^1 = 1;\ 1^2 = 1; 1^3 = 1; \dots$

EJERCICIO: Calcular las siguientes potencias

a) $2^2 =$ b) $3^3 =$ c) $(-3)^3 =$

d) $(-2)^3 =$ e) $5^1 =$ f) $(-6)^0 =$

g) $1^4 =$ h) $2^4 =$ i) $(-3)^4 =$

j) $(-5)^3 =$ k) $(-10)^1 =$ l) $(-2)^5 =$

m) $5^0 =$ n) $(-3)^6 =$ ñ) $1^{100} =$

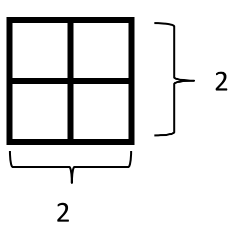
o) $(-88)^0 =$

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA

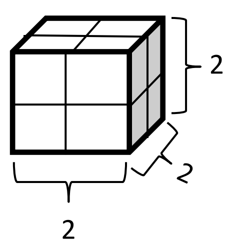
Interpretamos geométricamente la potencia 2^2. Construimos un cuadrado que tenga 2 unidades por lado. Por esos puntos de división se trazan las perpendiculares a dichos lados y del cuadrado queda dividido en 4 cuadrados.

Como $2^2 = 4$ este cuadrado interpreta geométricamente el cuadrado del número 2.

Análogamente, el cubo del número 2 se interpreta por el cubo que tiene 2 unidades por lado. Recordemos que $2^3 = 8$.



$2^2 = 4$



$2^3 = 8$

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

Recordemos que para establecer que una operación no goza de determinada propiedad, basta encontrar un ejemplo donde dicha propiedad no se verifique.

1°) La potenciación no es conmutativa ya que si cambiamos el orden de la base y el exponente nos dan resultados diferente.

EJEMPLO: $3^2 = 9$ y $2^3 = 8$ entonces $3^2 \neq 2^3$

2°) Propiedad distributiva

- ✓ La potenciación no es distributiva con respecto a la suma ni a la resta.

EJEMPLOS:

a) $(2+3+1)^2 = 6^2 = 36$ y $2^2+3^2+1^2 = 4+9+1 = 14$, como 36 ≠ 14

Entonces $(2+3+1)^2 \neq 2^2+3^2+1^2$

b) $(7-2)^3 = 5^3 = 125$ y $7^3-2^3 = 343-8 = 335$, como 125 ≠ 335

Entonces $(7-2)^3 \neq 7^3-2^3$

- ✓ La potenciación si es distributiva con respecto a la multiplicación y división.

DEFINICIÓN: La potencia enésima de un producto es igual al producto de las potencias enésimas de cada uno de los factores.

Simbólicamente: $(a.b.c)^n = a^n.b^n.c^n$ y recíprocamente $a^n b^n.c^n = (a.b.c)^n$

EJEMPLOS:

a) $(2\,.\,3)^2 = 6^2$ y $2^2\,.\,3^2 = 4\,.\,9 = 36$ entonces $(2\,.\,3)^2 = 2^2\,.\,3^2$

b) $5^2\,.\,2^2\,.\,1^2 = 25\,.\,4\,.\,1 = 100$ y $(5\,.\,2\,.\,1)^2 = 10^2 = 100$ entonces $5^2\,.\,2^2\,.\,1^2 = (5\,.\,2\,.\,1)^2$

DEFINICIÓN: La potencia enésima de un cociente exacto es igual a la potencia enésima del dividendo dividido por la potencia enésima del divisor.

En símbolos: $(a:b)^n = a^n : b^n$ y recíprocamente $a^n : b^n = (a:b)^n$

EJEMPLOS:

a) $(10:2)^3 = 5^3 = 125$ y $10^3 : 2^3 = 1000:8 = 125$ entonces $(10:2)^3 = 10^3 : 2^3$

b) $4^2 : 2^2 = 16:4 = 4$ y $(4:2)^2 = 2^2 = 4$ entonces $4^2 : 2^2 = (4:2)^2$

EJERCICIO: Calcule las potencias aplicando propiedad distributiva cuando sea posible (fijarse en los dos ejercicios resueltos).

a) $(4\,.\,2)^2 = 4^2\,.\,2^2 = 16\,.\,4 = 64$ (si es posible aplicar la propiedad distributiva)

b) $(5-2)^3 = 3^3\,. = 27$ (no es posible aplicar la propiedad distributiva)

c) $(8:4)^2 =$

d) $(6-3)^3 =$

e) $(5\,.\,2)^3 =$

f) $(4 . 3 . 1)^2 =$

g) $(6 + 2)^3 =$

h) $(7 : 1)^4 =$

PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

Teorema: Todo producto de potencias de igual base es igual a otra potencia de la misma base y cuyo exponente es igual a la suma de los exponentes de las potencias dadas.

En símbolos: $a^m . a^n . a^o = a^{m+n+o}$

EJEMPLOS:

a) $2^3 . 2^2 . 2 = 2^{3+2+1} = 2^6 = 64$

b) $3^4 . 3^0 = 3^{4+0} = 3^4 = 81$

COCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

Teorema: Todo cociente de potencias de igual base es igual a otra potencia de la misma base y cuyo exponente es igual a la resta entre el exponente del dividendo y el exponente del divisor.

En símbolos: $a^m : a^n = a^{m-n}$

EJEMPLOS:

a) $4^5 : 4^3 = 4^2 = 16$

b) $2^6 : 2 = 2^{6-1} = 2^5 = 32$

POTENCIA DE OTRA POTENCIA

Teorema: Toda potencia de una potencia es igual a otra potencia de la misma base cuyo exponente es igual al producto de los exponentes dados.

En símbolos: $(a^m)^n = a^{m.n}$

EJEMPLO:

a) $(2^3)^2 = 2^{3.2} = 2^6 = 64$

b) $(3^5)^0 = 3^{5.0} = 3^0 = 1$

EJERCICIO: Efectúe los productos, cocientes y las potencias de potencias.

a) $2^2 . 2^3 =$

b) $3^7 : 3^5 =$

c) $(2^2)^2 =$

d) $5^2 . 5^2 . 5 =$

e) $10^9 : 10^8 =$

f) $(15^2)^0 =$

g) $12^{18} : 12^{16} =$

h) $(11^2)^1 =$

i) $4 . 4^2 . 4^0 . 4^3 =$

j) $[(2^3)^2]^1 =$