

Escuela Enrique Larreta

Departamento de Matemática y Economía.

Guía de actividades de:

Matemática

Curso: 6° turno mañana

Ciclo: Orientado

Nivel: Secundario orientado.

Turno: Mañana

Profesora: Rigazzio, Alejandra.

Celular: 2645099594 **Correo:** alejandravrigazzio@gmail.com

Guía N° 7 Límites de funciones

Contenidos:

- Límite de una función en un punto.
- Límites laterales.
- Límite de una función.

Recursos utilizados:

GeoGebra. Video de Youtube.

Imágenes.

Lectura comprensiva de texto explicativo

Bibliografía:

- ✓ Matemática I . Ed. Anaya.
- ✓ Matemática 4. Ed. Ángel Estrada.
- ✓ Matemática 2. Ed. Puerto de Palos.

“Estimados alumnos y papás, en la guía N°7, continuaremos con la temática Límites, éste tema propone un desafío importante y además tiene una simbología muy específica, es por eso que cada concepto tiene un ejemplo para ayudarlos. En cuanto a los apuntes, no es

necesario que saquen fotocopias, si pueden copiar desde el celular a sus cuadernos mucho mejor. Yo estoy para acompañarlos, en este momento tan sensible, a cuidarse mucho!!!

Profesora Alejandra. Celular: 2645099594 Correo: alejandravrigazzio@gmail.com

Actividad 1: Leer con mucha atención el siguiente documento explicativo

Límite de una función en un punto

Ejemplo 1: Sea la función $f(x) = x^2$. Si x tiende a 2, ¿a qué valor se aproxima $f(x)$? Construyendo una tabla de valores próximos a 2, anteriores ($x = 2^-$) y posteriores ($x = 2^+$)

x	1.8	1.9	1.99	1.999
$f(x)$	3.24	3.61	3.96	3.996

x	2.2	2.1	2.01	2.001
$f(x)$	4.84	4.41	4.04	4.004

Luego, cuando x se aproxima a 2 tanto por la derecha como por la izquierda, los valores de $f(x)$ se acercan cada vez más a 4. Esta idea se suele expresar así:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 = 4 \quad (\text{límite lateral por izquierda})$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} x^2 = 4 \quad (\text{límite lateral por derecha})$$

Cuando estos límites laterales existen y son iguales se dice que existe el límite en ese punto y se escribe:

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$$

Ejemplo 2: Dada la función $f(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$ aunque no este definida para $x_0 = 1$ pueden calcularse los valores que toma la función para ese valor:

x	0.5	0.75	0.9	0.99	0.999	1	1.001	1.01	1.1	1.25	1.5
f(x)	1.75	2.31	2.71	2.97	2.99	?	3.003	3.03	3.31	3.81	4.75

Se observa que a medida que los números se aproximan a 1, tanto para valores menores como mayores que 1, las imágenes se acercan a 3. Podría decirse que el límite es $l=3$.

Límites Finitos

Llamaremos **límite** de una función $f(x)$ cuando x tiende a x_0 al valor “**L**” al que se acerca $f(x)$ cuando x toma valores cada vez más cercanos a x_0 se escribe:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$$

Límites Laterales

Cuando se cumple la definición de límite para valores de x cercanos al punto x_0 pero anteriores a x_0 (por izquierda de x_0) se hablará del **Límite por la Izquierda** que se denotará por:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L_1$$

Análogamente, Cuando se cumple la definición de límite para valores de x cercanos al punto x_0 pero posteriores a x_0 (por Derecha de x_0) se hablará del **Límite por la Derecha** que se denotará por:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L_2$$

Cuando los límites laterales L_1 y L_2 coinciden ($L_1=L_2=L$) podemos decir que el límite existe y vale **L**

Actividad 2: Encontrar la respuesta correcta

1º. La función $f(x)$ está definida para todos los números reales. Esta tabla proporciona algunos valores de $f(x)$

x	2,9	2,99	2,999	3,0013	3,013	3,13
$f(x)$	9,62	9,85	9,99	9,99	9,85	9,62

¿Cuál es un estimado razonable de $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$?

Elige la respuesta:

- A. ☐ 2,9 B. ☐ 3 C. ☐ 9,9 D. ☐ 10 E. ☐ No existe límite

2º. La función $g(x)$ está definida para todos los números reales. Esta tabla proporciona algunos valores de $g(x)$

x	0,9	0,99	0,999	1,001	1,01	1,1
$g(x)$	9,12	9,75	9,98	7,03	7,14	7,81

¿Cuál es un estimado razonable de $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$?

Elige la respuesta:

- A. ☐ 1
 B. ☐ 7
 C. ☐ 8
 D. ☐ 10
 E. ☐ No existe límite

3º. La función $h(x)$ está definida para todos los números reales. Esta tabla proporciona algunos valores de $h(x)$

x	5,98	5,99	6	6,01	6,02	6,03
$h(x)$	4,19	4,18	0,2	4,18	4,19	4,2

¿Cuál es un estimado razonable de $\lim_{x \rightarrow 6} h(x)$?

Elige la respuesta:

- A. ☐ 0,2 B ☐ 4,17 C ☐ 4,3 D ☐ 6 E ☐ No existe límite

4º. La función $I(x)$ está definida para todos los números reales. Esta tabla proporciona algunos valores de $I(x)$

x	$I(x)$
-	-
-5,1	-3,32
-5,01	-3,1
-5,001	-3,03
-4,999	-3,03
-4,99	-3,1
-4,9	-3,32

¿Cuál es un estimado razonable de $\lim_{x \rightarrow -5} I(x)$

Elige la respuesta:

- A. ☐ -7 B ☐ -3,15 C ☐ -3 D ☐ No existe límite

Actividad 3: Realizar la tabla para:

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1
f(x)							

Estimar

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 9}{x - 3} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{x - 3} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} =$$

Actividad 4: Para la función $g(x) = \frac{x^2+2x-4}{x^2-4}$, realizar la tabla para valores antes y después de $x = 2$ y luego estimar:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 2x - 4}{x^2 - 4} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 2x - 4}{x^2 - 4} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 4}{x^2 - 4} =$$

:

Directora: Profesora Claudia Ruffinengo.